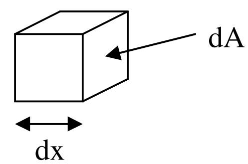
<u>זרימה הידרודינמית ורוח השמש</u>

משוואות בסיסיות בהידרו דינמיקה:



הכח הפועל כתוצאה מגרדיאנט בלחץ על אלמנט מסה - dm

$$Force = \Delta P\ dA$$
$$= \frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}} d\mathbf{x} dA$$
$$Mass = dm = \rho\ d\mathbf{x} dA$$
$$acceleration = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{dV}{d\mathbf{x}}$$

נסתכל על משוואת אוילר המתארת מהירות זרימה של נוזל (או גז) בהזנחת צמיגות התווך:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V\cdot\nabla\right)V = -\frac{1}{\rho}\nabla P - \nabla\Phi$$

כאשר: V המהירות הרדיאלית P הלחץ ו- Φ הפוטנציאל- במקרה זה $\Phi = -\frac{GM}{r}$

או בכתיב אחר:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

אם נסתכל על מצב יציב נדרוש כי: $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ ומכאן נקבל:

$$V\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

הלחץ P הוא פונקציה של הצפיפות המקומית של התווך כשניתן לרשום:

$$V\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial r}\right) - \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

ניתן להגדיר את שינוי הלחץ ביחס לצפיפות כ"מהירות הקול בתווך" : $\frac{\partial P}{\partial \rho} \equiv U_S^2$

את הצפיפות המקומית $\left(\frac{\partial \rho}{\partial r}\right)$ ניתן למצוא מתוך משוואת הרציפות:

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \rho V\right) = 0$ כאשר אם מדובר על מצב יציב נדרוש כי גם $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

נקבל : $\frac{\partial \rho}{\partial r} V + \frac{2\rho V}{r} + \frac{\partial V}{\partial r}\rho = 0$

כך ש: $$\frac{\partial \rho}{\partial r} = \rho\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial r}\right)$$

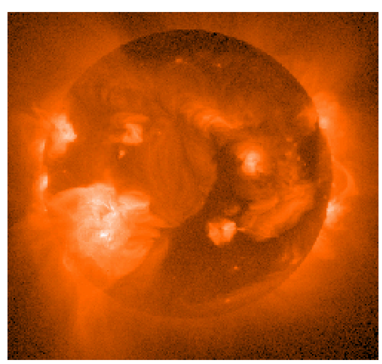
נחזור ונציב את הביטוי במשוואת אוילר: $V\frac{\partial V}{\partial r} = U_S^2\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial r}\right) - \frac{\partial \Phi}{\partial r}$

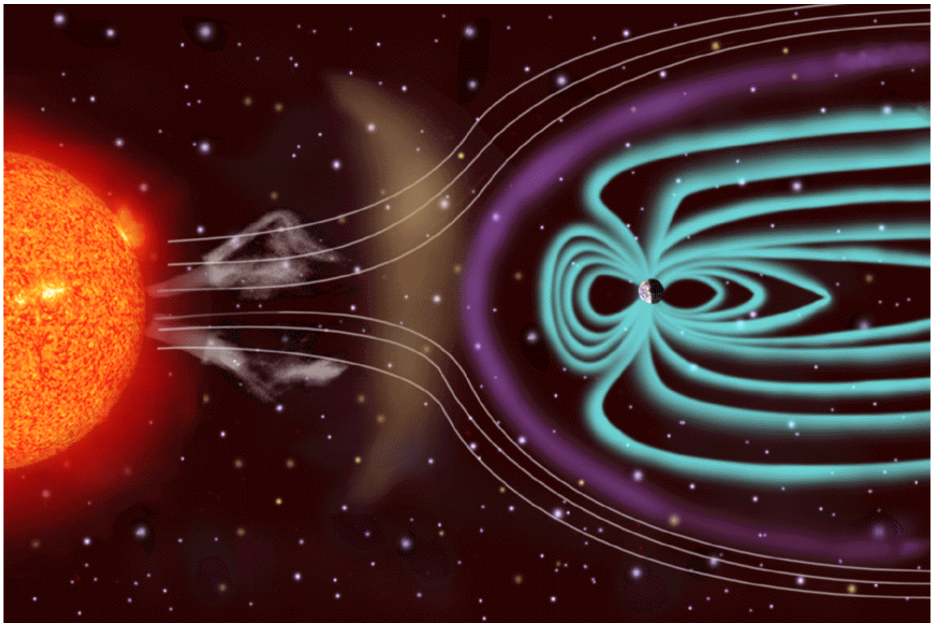
נסדר את המשוואה כך שנוכל לקבל את התנאי על המהירות בה ינועו החלקיקים במהירות הקול:

$$\frac{\partial V^2}{2\partial r} = \frac{2U_S^2}{r} + \frac{U_S^2}{V^2}\frac{\partial V^2}{2\partial r} - \frac{GM}{r^2}$$

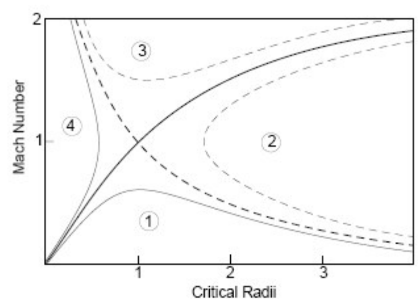
$$\frac{\partial V^2}{2\partial r}\left(1 - \frac{U_S^2}{V^2}\right) = \frac{2U_S^2}{r} - \frac{GM}{r^2}$$

$$\frac{\partial V^2}{\partial r}\left(\frac{V^2 - U_S^2}{2V^2}\right) = \frac{2U_S^2}{r} - \frac{GM}{r^2}$$





$$Mach\ number \equiv \frac{V}{U_S}$$



ניתן לראות מהמשוואה הנ"ל כי שיפוע הקווים $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)$ הופך סימן כאשר הוא עובר אפס (סקטורים 1 ו- 3) או אינסוף (סקטורים 2 ו- 4). דהיינו כאשר r עובר r_{crit} (r_{crit} מתקבל כאשר צד ימין של המשוואה $\frac{\partial V^2}{\partial r}\left(\frac{V^2-U_S^2}{2V^2}\right)=\frac{2U_S^2}{r}-\frac{GM}{r^2}$ מתאפס כלומר $r_{crit}=\frac{GM}{2U_S^2}$) או M עובר 1 בהתאמה.

המסלול היחיד בו $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)$ אינו משנה סימן הוא המסלול הקריטי שעובר את הנקודה

$M=1 \quad r=r_c$

אם הזרימה ממשיכה להאיץ בנקודה הסונית, $V^2=U_S^2$,כלומר $\frac{\partial V^2}{\partial r}$ ממשיך להיות חיובי.

נקודה זו תתקיים כאשר $U_S^2=\frac{GM}{2r}$