

תרגול 10 - חוק פאראדיי וחוק לנץ

חוק פאראדיי - השתנות השטף המגנטי בזמן, גורמת להשראת מתח חשמלי במוליך (המתח הזה הינו כוח "אלקטרו-מניע" או כא"מ).

$$(1) \varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

מצד אחד:

$$(2) \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

ומצד שני (ממשפט סטוקס):

$$(3) \varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

לכן חוק פאראדיי בצורה האינטגרלית שלו:

$$(4) - \frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

מכאן אנחנו מקבלים שעבור שטף מגנטי משתנה בזמן אנחנו מקבלים **שדה חשמלי לא משמר**.

תזכורת חשובה מחדו"א: נגזרת של פונקציה מרוכבת - כלל השרשרת

$$(5) \frac{d}{dt} [S(z(t))] = \frac{dS}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{dS}{dz} \dot{z}$$

חוק לנץ - זהו בעצם "חוק הסימך", הכא"מ המושרה יהיה כך שיתנגד לשינוי בשטף המגנטי, ניתן לבצע הנדסה הפוכה בו לקבוע איזשהו מעגל פקטיבי בו יזרום זרם, כיוון הזרם יהיה כך שיקטין את השינוי של השטף המגנטי בזמן. לפי כיוון הזרם כך גם נקבע את כיוון הכא"מ המושרה (הדק חיובי ושלילי).

האינטואיציה מאחורי חוק זה הינו שימור האנרגיה: אם הכא"מ המושרה היה גורם להגדלת

השינוי בשטף המגנטי, אז השטף המגנטי היה גדל עוד יותר (בגלל הגידול בזרם), ויוצר בכך גידול נוסף בזרם, וכן הלאה עד אינסוף, תוך ביצוע עבודה אינסופית. לכן הוא חייב להיות כך שהשינוי של השטף המגנטי יקטן.

8100

באיור הבא נתון מוט באורך L הנע במהירות $v(t)$ לאורך שתי מסילות מוליכות. המערכת נתונה בשדה מגנטי לא אחיד הנוצר על ידי זרם I שזורם במקביל למסילה העליונה במרחק a .

כל ההתנגדות R במערכת נמצאת על המוט (א) חשב/י את הכא"מ המושרה במוט.

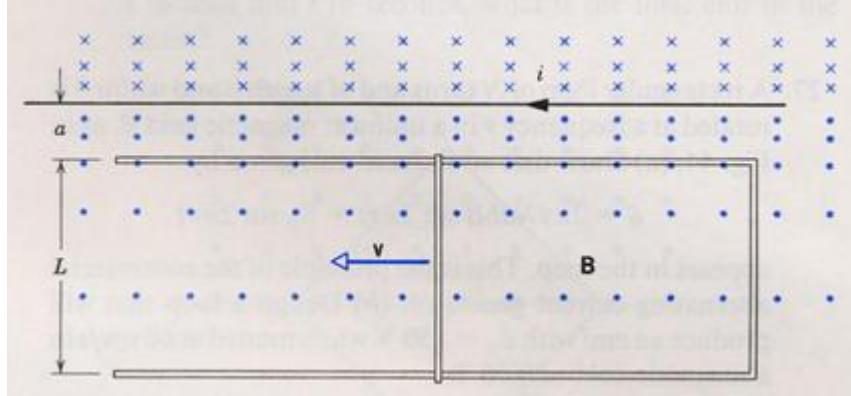
(ב) מה הוא הזרם הנוצר בלולאה המוליכה (המוט + המסילות)?

(ג) באיזה קצב נוצרת האנרגיה במוט הנח שהמהירות v קבועה?

(ד) איזה כוח חיצוני יש להפעיל על מנת לשמור על המהירות v כקבועה?

(ה) באיזה קצב מבצע הגורם החיצוני עבודה על המוט? השווה/י את התוצאה לזו שנתקבלה בסעיף ג.

(ו) האם היה מושרה במוט כא"מ אם המסגרת לא הייתה קיימת (רק המוט היה קיים)?



**פתרון -
סעיף א**

ראשית נחשב את השדה המגנטי במרחב לפי חוק אמפר כאשר הזרם זורם בכיוון \hat{z}

$$(1) \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{enclosed}$$

$$(2) 2\pi r B_\phi = \mu_0 I \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$

חוק פאראדיי

קעת הזרם זורם בכיוון \hat{x} כמתאור באיור

$$(3) -\frac{d\Phi_B}{dt} = \mathcal{E}$$

נחשב את השטף המגנטי:

על מישור xy מתחת לתייל השדה המגנטי בכיוון \hat{z} והמרחק הרדיאלי הינו מרחק במציר y

$$(4) \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} \hat{z}$$

$$(5) \Phi_b = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = x(t) \int_a^{L+a} B(y) dy = x(t) \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_a^{L+a} \frac{dy}{y} = x(t) \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{L}{a} \right)$$

$$(6) \varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \dot{x}(t) \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right) = -v(t) \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right)$$

לפי חוק לנץ השדה המגנטי יהיה כך בכיוון $-\hat{z}$ כדי להקטין את השינוי בשטף, לכן הזרם שיזרום לפי חוק יד ימין יהיה עם כיוון השעון (בהנחה כי $v > 0$ והמוט נע שמאלה, ונגד כיוון השעון נגדיר כחיובי).

סעיף ב

$$(7) I_{ind} = \frac{V}{R} = -\frac{\varepsilon}{R} = -v(t) \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right)$$

לפי חוק לנץ השדה המגנטי יהיה כך בכיוון $-\hat{z}$ כדי להקטין את השינוי בשטף, לכן הזרם שיזרום לפי חוק יד ימין יהיה עם כיוון השעון (בהנחה כי $v > 0$ והמוט נע שמאלה).

סעיף ג

$$(8) P = RI_{ind}^2 = VI_{ind} = v(t)^2 \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 R} \ln^2\left(1 + \frac{L}{a}\right)$$

סעיף ד

$$(9) \vec{F}_{ind} = I_{ind} \int d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$(10) d\vec{l} = dy\hat{y}$$

$$(11) \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} \hat{z}$$

$$(12) \vec{F}_{ind} = I_{ind} \int d\vec{l} \times \vec{B} = -v \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 R} \ln^2\left(1 + \frac{L}{a}\right) \hat{x}$$

יש להשקיע את אותו הכח $\vec{F} = -\vec{F}_{ind}$ בכיוון \hat{x} כדי שהמוט ינוע במהירות קבועה.

סעיף ה

עבודה שהכח החיצוני הינו

$$(13) W = -\int \vec{F}_{ind} d\vec{r} = \int \vec{F} d\vec{r} \Rightarrow dW = F_x dx \Rightarrow P = \frac{dW}{dt} = F_x \frac{dx}{dt} = F_x \dot{x}(t)$$

$$(14) P = v \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 R} \ln^2\left(1 + \frac{L}{a}\right) \dot{x}(t) = v^2 \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 R} \ln^2\left(1 + \frac{L}{a}\right)$$

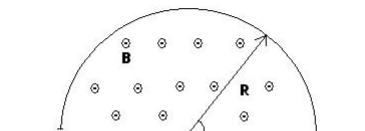
אותו תוצאה בדיוק שקיבלנו בסעיף ג

סעיף ו

כן היינו מקבלים את אותו הכא"מ.

8200

נתונה המערכת הבאה, בה המחוג נע שמאלה בתאוצה זוויתית $\alpha \left[\frac{rad}{sec^2} \right]$ קבועה. רדיוס הקשת R. מצאו את הכא"מ הנוצר במעגל. מהו כיוון הזרם שיווצר?



**פתרון -
חוק פאראדיי**

$$(1) \varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

נחשב את השטף המגנטי:

$$(2) \Phi_b = B \cdot S = B \frac{\theta R^2}{2}$$

$$(3) \varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \frac{\dot{\theta} R^2}{2} = -B \frac{\alpha t R^2}{2}$$

$$(4) \dot{\theta} = \omega(t) = \alpha t$$

עבור חלק מהמעגל מצד ימין:
לפי חוק לנץ השדה המגנטי יהיה כך בכיוון \hat{z} - כדי להקטין את השינוי בשטף, לכן הזרם שיזרום לפי חוק יד ימין יהיה עם כיוון השעון (בהנחה כי $\alpha > 0$).