

לוח מסתו m נזר למנוק ציר x בהשדה הכח $\vec{F} = -\alpha x^2 \hat{x}$ כאשר $\alpha > 0$

נתון כי בהתחלה $t=0$ גודל המהירות $v_i > 0$ ו- $x(0) = x_i$

א) מהי הקבוצה המקבוצת הכח \vec{F} על המסה מניק x_i לנק $x_f > x_i$ (ב) מהו ערך המעריך המכני המכיל את העבודה

ג) מהי הנקודה הקרויה קיומך המכני של המסה יחד עם העבודה?

$$W = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\alpha \int_{x_i}^{x_f} x^2 dx = -\frac{\alpha}{3} (x_f^3 - x_i^3) = \frac{\alpha}{3} (x_i^3 - x_f^3)$$

ג) המכני המכני והמכני $W_{i \rightarrow f} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$

$$\frac{\alpha}{3} x_i^3 - \frac{\alpha}{3} x_f^3 = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\frac{\alpha}{3} x_i^3 + \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{\alpha}{3} x_f^3 = \text{const} = E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{\alpha}{3} x^3$$

באמצעות המכני $F = -\frac{dU}{dx} \Rightarrow U = -\int F dx = \frac{\alpha}{3} x^3$

ג) עבור מהירות המסה $v_f = 0$ $\frac{\alpha}{3} x_i^3 + \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{\alpha}{3} x_f^3$

$$x_f = \left(x_i^3 + \frac{3m}{2\alpha} v_i^2 \right)^{\frac{1}{3}}$$

חוט ומסמר

הכוחות הפועלים על המסה הם רק הכובד והמתחיות. בבעיה שלפנינו המתחיות תמיד ניצבת לתנועה ולכן היא אינה עושה עבודה. אם כן, יש שימור אנרגיה מכנית. נקבע את גובה האפס ($h_0 = 0$) בנקודת ההתחלה של התנועה. האנרגיה בהתחלה היא:

$$E_i = K_i + U_i = 0$$

כשהחוט בזווית α , הגוף נמצא בגובה:

$$h_1 = \frac{L}{2}(\cos \alpha - 1)$$

לכן האנרגיה המכנית בסוף היא:

$$E_f = K_f + U_f = \frac{mv_1^2}{2} + mg\frac{L}{2}(\cos \alpha - 1)$$

כמו שאמרנו קודם לא נעשית עבודה אחרת ולכן האנרגיה נשמרת, ונקבל:

$$\begin{aligned} E_i &= E_f \\ 0 &= \frac{mv_1^2}{2} + mg\frac{L}{2}(\cos \alpha - 1) \\ v_1^2 &= gL(1 - \cos \alpha) \end{aligned}$$

בסעיף הבא שואלים לגבי המתחיות. בחלק הזה של השאלה, התאוצה הרדיאלית צריכה להיות שווה ל:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{L/2} = 2\frac{v^2}{L}$$

הכוחות ברכיב הרדיאלי הם:

$$T + mg \cos \alpha$$

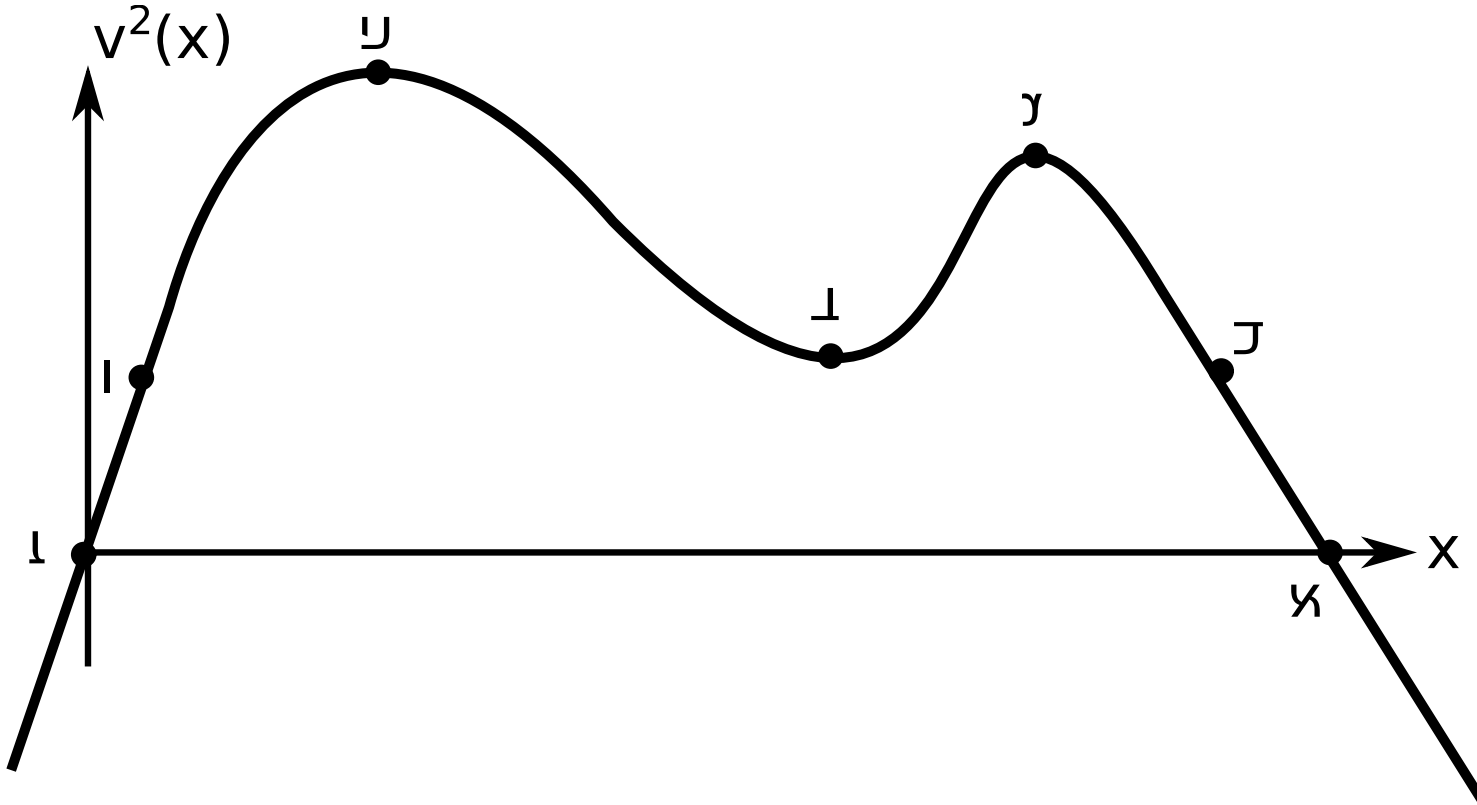
ולכן:

$$\begin{aligned} T + mg \cos \alpha &= 2m\frac{v^2}{L} \\ \frac{T}{m} &= 2\frac{v^2}{L} - g \cos \alpha = 2g(1 - \cos \alpha) - g \cos \alpha = g(2 - 3 \cos \alpha) \end{aligned}$$

כאשר הצבנו בדרך את המהירות בזווית תטא שמצאנו בפרק הקודם. מכאן אנחנו מקבלים שכשהמתחיות מתאפסת, הקוסינוס שווה $\frac{2}{3}$.

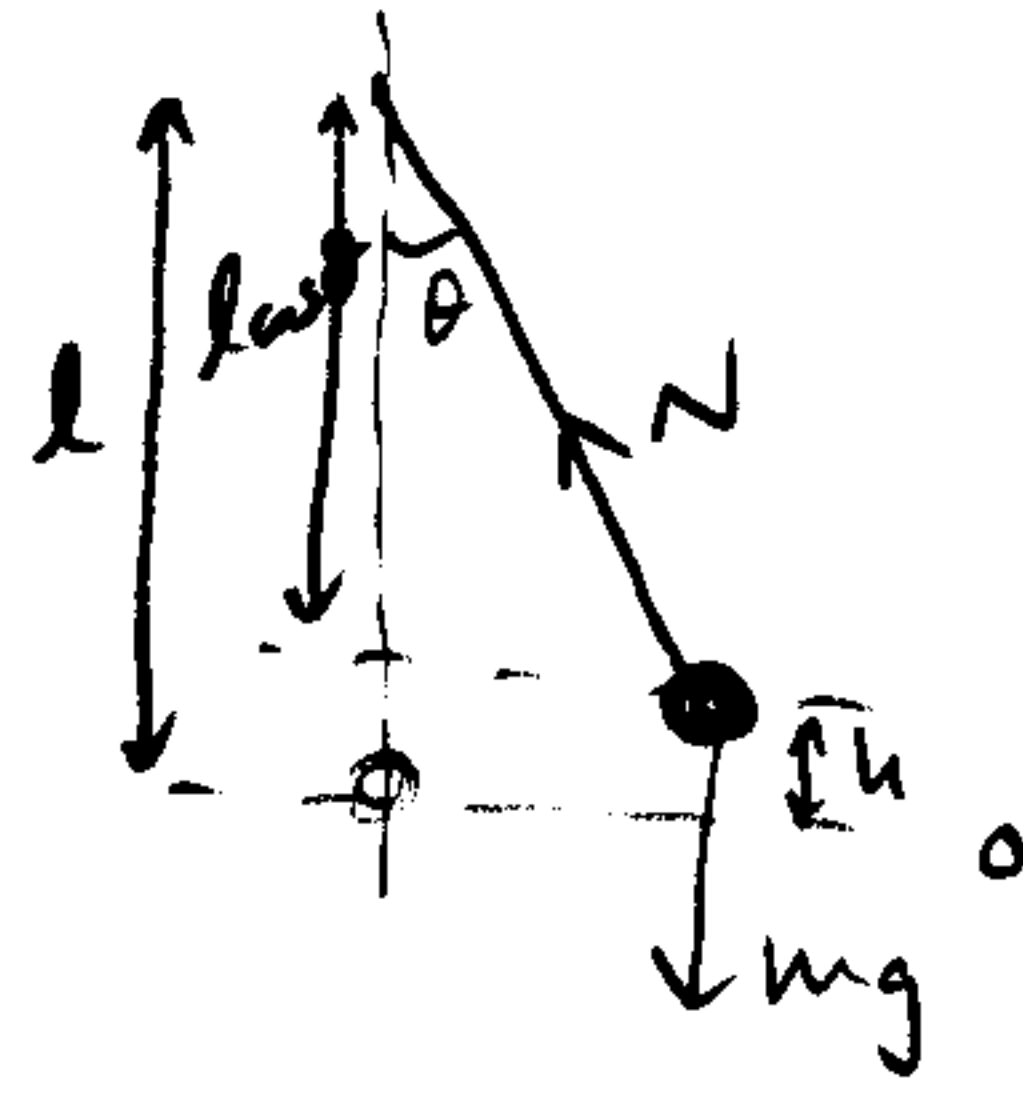
גרף עם פוטנציאל

- א. מהירות הגוף מתאפסת כאשר האנרגיה הקינטית מתאפסת, וזה קורה כשאין הפרש בין הקו המקוקו לגרף הפוטנציאל. זה קורה בשתי נקודות, א' וז'.
- ב. מהירות הגוף מקסימלית כשההפרש בין הקו המקוקו לגרף האנרגיה מקסימלי, וזה קורה בנקודה ה'.
- ג. הכוח מתאפס כשנגזרת הפוטנציאל מתאפסת, וזה קורה בג' ד' וה'.
- ד. כיוון הכוח נקבע על ידי הנגזרת. כאשר היא חיובית, הכוח שמאלה, וכשהיא שלילית הכוח ימינה. במקרה שלנו, הכוח ימינה בין ג' לד' ובין ה' לז', והכוח שמאלה בין א' לג' ובין ד' לה'.
- ה. המהירות בריבוע שווה להפרש בין הקו המקוקו לגרף הפוטנציאל, עד כדי מסה חלקי שתיים, לכן פשוט צריך להפוך את הדף:



ו. הגוף לא יכול לנוע לאינסוף או למינוס אינסוף, ולכן הוא במסלול קשור.

(א.)



הכוחות שפועלים הם N ו- mg . כוח הכבידה הוא כוח לשמאל, ואילו הכוח N הוא לא בהכרח משמאל (צריך לבדוק) אבל מכיוון שהוא לא עושה עבודה אף אין אזהר לשמאל.

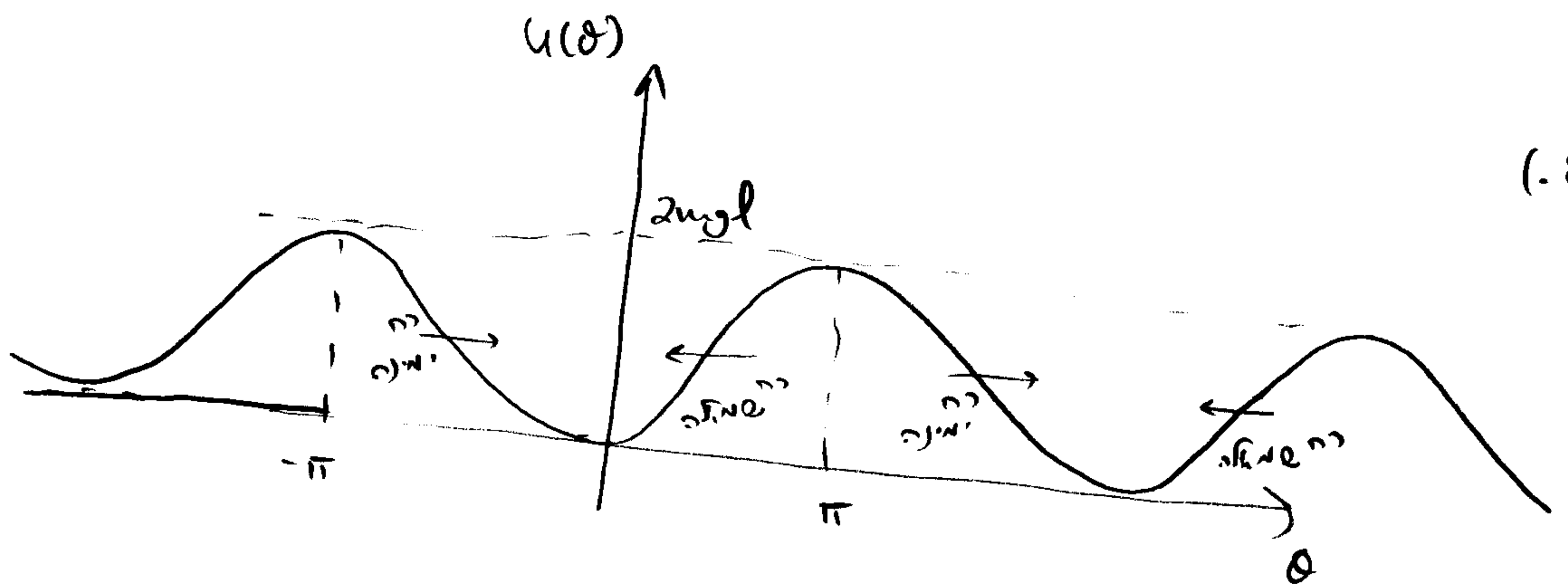
(ב.) האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף גיחה יק אנרגיה פוטנציאלית כובדית. נצביר את (ק') האפס כאשר הגוף נמצא במצבו המסווג חלק המסה h הוא

$$h = l(1 - \cos\theta)$$

ומכאן שהאנרגיה הפוטנציאלית

$$U = mgl(1 - \cos\theta)$$

(ג.)



(ג.) הוחלט שניתן להשתמש בביטוי $\vec{F} = -\frac{du}{d\theta} \hat{\theta}$

$$\vec{F} = -\frac{du}{d\theta} \hat{\theta}$$

כאשר היות חיובי אל משייבוע שלילי ושייבוע חיובי היות שלילי.

(ה) קרי ש.מ. הן (קרי בהן הרה שונה לאפס, כחומר שהתנעו - אז הפס נצטרך

היא אפס. אלו הן בעצם קרי הקיצין של הילי.

בידי קרי הקיצין גייה יציבה צינן שהיא גייה (קרי מנימוס, כחומר שם נוסף
אנייה אז האול עדין ישאר במקומו ולא יברח.

(ו) האול יכח אבצע 2 סאים של מסלול, ו עבור $E \ll E_0$ אז קו האנייה המכני - שלו

זבוח מתקרי קיצין ורק האול סוגה גנועה במעט.

כומר האנייה המכני $E \ll E_0$ אז האול יעסה גנועה מחצויה סבים קרי המנימוס.
כה קראו מסלול קטור.

רק כן עור $E \ll E_0$ אז המסלול הוא קטור.

(ז) האנייה הקינטי - המרביאלי - לעיין איתו האול כומר הוא נמצא בנק'

במנימוס בידי סיבוב גנועה אז מסלול קטור הוא

$$k = 2\mu g$$

כומר כן עור $k_0 < 2\mu g$ עבור $\theta = 2\pi u$ עם $u = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ אז

האול יבצע גנועה במסלול סגור.