

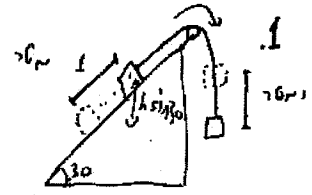
1)

$h = 1m$

מסויקוון מיקום המוחלף

(נניח משהו כזה בסיוון המעין)

5 מטר | 1 מטר

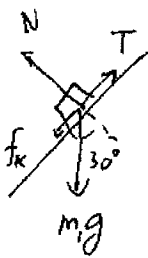


$$\left\{ \begin{aligned} \text{מחזור} E &= m_2 g h \\ \parallel \\ \text{פני} E &= m_1 g h \sin 30 + \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 \end{aligned} \right.$$

(אנרגיה מוחלפת) (אנרגיה)

$$v = \left[\frac{2}{m_1 + m_2} (g h) (m_2 - m_1 \sin 30) \right]^{1/2} = \underline{\underline{8.85 \text{ m/s}}}$$

שימו לב שהאם זה ה'נניח' יוצא מן המסור ה'נניח' $m_2 - m_1 \sin 30$ יכול להיות חיובי או שלילי. אם הוא שלילי, זה אומר שהמסה m_2 לא תיפול, אלא תיפול המסה m_1 (בכיוון ההפוך) וזה לא יתאפשר.



$\Delta E = \Delta E_{\text{pot}} + W_{fk}$ (אנרגיה פוטנציאלית) (אנרגיה קינמטית)

$$W_{fk} = -f_k \cdot h = -\mu_k N h = -\mu_k m_1 g \cos 30 \cdot h$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = (m_2 - m_1 \sin 30) g h - \mu_k m_1 g \cos 30 h$$

$$v = \underline{\underline{8.05 \text{ m/s}}}$$

1.4117 - פתרון :

$$F(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 5 \\ 10 & 5 \leq x \leq 15 \\ 40-2x & 15 \leq x \leq 20 \end{cases} \quad \text{נתון:}$$

$$m = 5 \text{ kg}, \quad v_0 = 4 \text{ m/s.}$$

∴ נחשב את עבודת הכוח בכל אחד מהקטעים

$$W_1 = \int_{x=0}^{x=5} F_1(x) dx = \int_0^5 2x dx = [x^2]_0^5 = 25 \text{ J} \quad (1)$$

$$W_2 = \int_{x=5}^{x=15} F_2(x) dx = \int_5^{15} 10 \cdot dx = [10x]_5^{15} = 10(15-5) = 100 \text{ J} \quad (2)$$

$$W_3 = \int_{x=15}^{x=20} F_3(x) dx = \int_{15}^{20} (40-2x) dx = [40x - x^2]_{15}^{20} = (3)$$

$$= 40 \cdot 20 - 20^2 - 40 \cdot 15 + 15^2 = 25 \text{ J}$$

∴ עבודה ממשל עבודה-אנרגיה, השינוי באנרגיה הקינטית שווה לעבודה הכוללת

$$\Delta E = W_1 + W_2 + W_3 = 150 \text{ J}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$v_1^2 = v_0^2 + \frac{2 \Delta E}{m}$$

המהירות הסופית - $v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{2 \Delta E}{m}} = \sqrt{16 + \frac{2 \cdot 150}{5}} \approx 8.72 \text{ m/s}$

תנועה מעגלית זקופה

על מנת שהגוף יבצע תנועה מעגלית זקופה, נדרוש שהחוט יהיה מתוח בכל עת ($T \geq 0$). הנקודה הקריטית ביותר היא כשהגוף בשיא הגובה. מהירותו שם היא v_0 . לכן, תאוצתו הרדיאלית לכיוון מרכז המעגל היא $\frac{v_0^2}{l}$. נרשום את משוואת החוק השני של ניוטון עבור הנקודה הכי גבוהה:

$$\begin{aligned}T + mg &= m \frac{v_0^2}{l} \\m \frac{v_0^2}{l} - mg &= T \geq 0 \\v_0 &\geq \sqrt{gl}\end{aligned}$$

מעניקים לכדור $v_0 = 2\sqrt{gl}$. אנחנו יודעים על פי הסעיף הראשון שהגוף אכן יבצע תנועה מעגלית זקופה. אפשר למצוא את מהירות הגוף בכל זווית בעזרת משוואת שימור האנרגיה. נקבע את האפס במרכז המעגל, ונקבל:

$$\begin{aligned}K_i + U_i &= K_f + U_f \\ \frac{mv_0^2}{2} + mgl &= \frac{mv^2}{2} + mgl \cos \theta \\ v^2 &= v_0^2 + 2gl(1 - \cos \theta) = 4gl + 2gl - 2gl \cos \theta = 2gl(3 - \cos \theta)\end{aligned}$$

אז יש לנו גוף שנע בתנועה מעגלית, ואנחנו יודעים את מהירותו בכל עת. על מנת לקבל את המתיחות בחוט, נרשום את משוואות החוק השני עבור הציר הרדיאלי:

$$\begin{aligned}T + mg \cos \theta &= ma_r = m \frac{v^2}{l} \\ T &= m \frac{v^2}{l} - mg \cos \theta = mg(6 - 2 \cos \theta) - mg \cos \theta = mg(6 - 3 \cos \theta)\end{aligned}$$

אומרים לנו שהחוט יקרע ב T_{max} . כלומר ב:

$$\begin{aligned}T &= mg(6 - 3 \cos \theta) = T_{max} \\ 6mg - T_{max} &= 3mg \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{6}{3} - \frac{T_{max}}{3mg} = 2 - \frac{3.6}{3} = 0.8\end{aligned}$$

את המהירות כפונקציה של הזווית כבר מצאנו מזמן, רק נציב את הזווית שחישבנו:

$$v_1 = \sqrt{gl(6 - 2 \cos \theta)} = \sqrt{4.4gl}$$

לסעיף האחרון אנחנו צריכים את הרכיב האנכי של המהירות, ואת גובה הגוף ברגע הניתוק. יש לנו את גודל המהירות ואת הזווית, ולכן הכל ידוע. גובה הנתק (ביחס לס שקבעתי במרכז המעגל) הוא:

$$y_1 = l \cos \theta = 0.8l$$

ורכיב ה y של המהירות:

$$v_{1y} = -v_1 \sin \theta = -v_1 \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = -\sqrt{4.4gl} \sqrt{0.36} = -\sqrt{1.58gl}$$

נותר רק לרשום את משוואות התנועה של הגוף:

$$y = y_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2}$$

$$-3l = 0.8l - \sqrt{1.58gl}t - g \frac{t^2}{2}$$

$$\frac{g}{2}t^2 + \sqrt{1.58gl}t - 3.8l = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-\sqrt{1.58gl} \pm \sqrt{1.58gl + 4 \cdot 3.8l \cdot \frac{g}{2}}}{g}$$

$$t_+ \approx 0.56s$$

הזמן החיובי הוא הזמן הרלוונטי בבעיה שלנו.

קפיץ וחיכוך

בתנועה A ל C פועלים כוחות הכובד, הנורמל, והחיכוך. הכובד משמר, הנורמל תמיד ניצב לתנועה ולכן אינו עושה עבודה, ואת עבודת החיכוך אנו יכולים לחשב. כוח החיכוך בקטע המדובר הוא:

$$f = \mu_k N$$

$$N - mg = 0$$

$$f = \mu_k mg$$

$$W = \int f dr = -\mu_k mgd$$

נסמן את גובה 0 במישור, ונשתמש במשפט עבודה אנרגיה:

$$K_i + U_i + W = K_f + U_f$$

$$mgR - \mu_k mgd = \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = 2g(R - \mu_k d)$$

שימו לב שהמהירות בריבוע חייבת להיות חיובית, וזה נותן לנו תנאי לגבי האם בכלל הגוף יגיע לקפיץ. הקפיץ מתכווץ ב S , והשוואת האנרגיה מרגע הפגיעה בקפיץ ועד סיום ההתכווצות נותנת:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kS^2}{2}$$

$$2mg(R - \mu_k d) = kS^2$$

$$k = \frac{2mg(R - \mu_k d)}{S^2}$$

מכיוון שהחיכוך בהלוך ובחזור יעשה את אותה עבודה, ניתן פשוט לרשום את משפט העבודה-אנרגיה מתחילת התנועה ועד סופה:

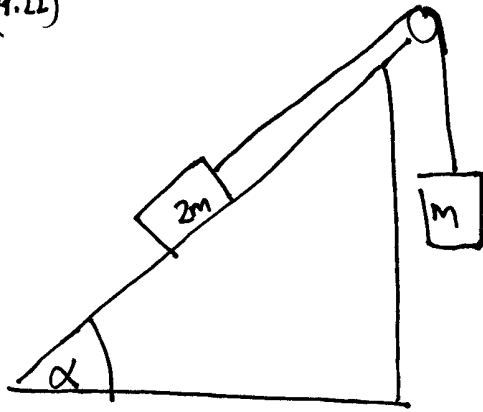
$$mgR + W = mgh$$

$$mgR - 2 \cdot \mu_k mgd = mgh$$

$$h = R - 2\mu_k d$$

יש לשים לב ש $h > 0$. אם מקבלים גובה קטן מאפס, זה אומר שהגוף בכלל לא יסיים את התנועה, והחיכוך יעצור אותו בדרך.

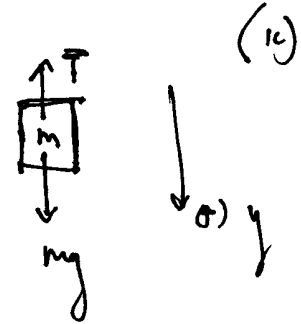
(4.22)



ex-09-04

התנאי של

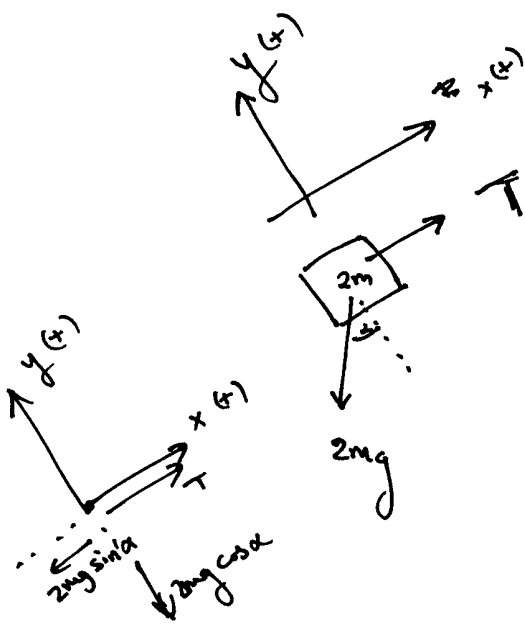
$$\Sigma F_y = 0$$



$$mg - T = 0$$

$$\Rightarrow \underline{mg = T} \quad (i)$$

סביב המסה התלויה:



$$\Sigma F_x = 0$$

$$T - 2mg \sin \alpha = 0$$

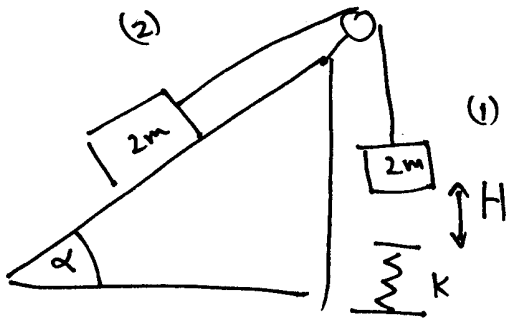
ז"ל (ii)

מכאן (ii) ו-(i) נקבל:

$$mg - 2mg \sin \alpha = 0$$

$$1 = 2 \sin \alpha$$

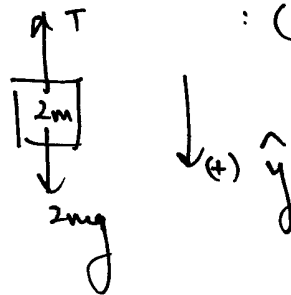
$$\alpha = 30^\circ /$$



(7)

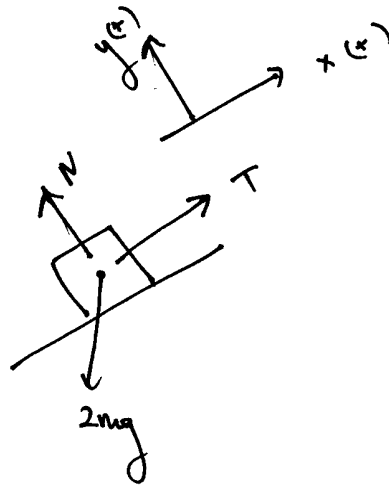
α \rightarrow μ μ $3N$
 τ μ μ $3N$
 $(\alpha = 30^\circ)$

$$\sum F_y = (2m) \cdot a$$



: (1) μ μ μ μ μ

(i) $2mg - T = 2m \cdot a$



: (2) μ μ μ μ μ

$$\sum F_x = (2m) \cdot a$$

(iii) $T - 2mg \sin \alpha = 2m \cdot a$

(ii) $T - mg = 2m a$

μ μ μ μ μ $\alpha = 30^\circ$

$$\left| \begin{array}{l} \mu \\ mg = 4ma \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \mu \\ a = g/4 \end{array} \right|$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot H$$

$$v^2 = 2 \cdot g/4 \cdot H$$

$$(v_0 = 0)$$

$$v = \sqrt{gH/2}$$

$$m_1^* = m_2^* = 2m$$

צדק נוסף - צדק שלגור אנרגיה.

$E_i = E_f$ שימור האנרגיה של המערכת

$$E_{1i} + E_{2i} = E_{1f} + E_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1^* v_{10}^2 + m_1^* g h_{10} + \frac{1}{2} m_2^* v_{20}^2 + m_2 g h_{20}$$

$$= \frac{1}{2} m_1^* v_{1f}^2 + m_1^* g h_{1f} + \frac{1}{2} m_2^* v_{2f}^2 + m_2 g h_{2f}$$

$h_{10} = h_{20} = 0$ ניקח למהות [אנרגיה של אפס] וכן $v_{10} = v_{20} = 0$ כי אפס ופול:

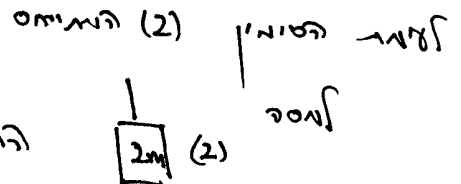
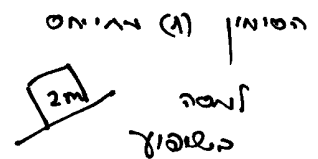
$$0 + 0 + 0 + 0 = \frac{1}{2} (2m) v^2 + 2mg (H \sin \alpha)$$

$$+ \frac{1}{2} (2m) v^2 + 2mg (-H)$$

כי $\alpha = 30^\circ$ וכן:

$$0 = -mgH + 2mv^2$$

$$v = \sqrt{gH/2}$$



$i = \text{initial}$ התחלה.

$f = \text{final}$ סוף.

שימור האנרגיה של המערכת, אנרגיה קינטית

$$x = \frac{H}{\sin 30^\circ}$$

:(3) פרו

$$E_{el_i} + E_{i_i} + E_{2_i} = E_{1_f} + E_{2_f} + E_{el_i}$$

$$0 + (0+0) + (0+0) = \frac{1}{2} m_1^* v_{1_f}^2 + m_1^* g h_{1_f} + \frac{1}{2} m_2^* v_{2_f}^2$$

$$+ m_2^* g h_{2_f} + \frac{1}{2} k x^2$$

פירוש: משוואת אנרגיה שממנה נגזר כי המהירות של המסה 1 היא 0 ושל המסה 2 היא 0. כלומר, המסה 1 נעצרת ברגע שהיא מגיעה לנקודה הנמוכה יותר, והמסה 2 נעצרת ברגע שהיא מגיעה לנקודה הגבוהה יותר.

$$0 = 0 + (2m)g(H+x) \sin 30^\circ + 0$$

$$v_{1_f} = v_{2_f} = 0$$

$$- 2mg(H+x) + \frac{1}{2} k x^2$$

$$0 = mgH + mgx - 2mgH - 2mgx + \frac{1}{2} k x^2$$

$$0 = +\frac{1}{2} k x^2 - mgx - mgH$$

$$0 = x^2 - \frac{2mg}{k} x - \frac{2mgH}{k}$$

$$x_{1,2} = \frac{mg}{k} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{4m^2 g^2}{k^2}\right) + \frac{8mgH}{k}}$$

$$x_{1,2} = \frac{mg}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2mgH}{k}}$$



