Solution – The Seven Coins:

The moment of inertia is additive, hence we need to calculate the moment of inertia separately for each coin (around the required axis) and simply add.

Starting with the central coin:

$$I_{central} = \int r_{\perp}^{2} dm = \left\{ \sigma = \frac{m}{\pi R^{2}} \right\} = \sigma \int_{0}^{R} r^{2} r dr \int_{0}^{2\pi} d\varphi = \frac{1}{2} m R^{2}$$

And then, using the perpendicular axes theorem for the other coins:

$$I_{outer} = \frac{1}{2} m R^{2} + m\left(2R\right)^{2}$$

So finally-

$$I_{tot} = I_{central} + 6 I_{outer} = \frac{7}{2} m R^{2} + 6m\left(2R\right)^{2} = \boxed{\frac{55}{2} m R^{2}}$$

1_6600

$m = 30\ kg$ $M = 100\ kg$ $I = 150\ kg \cdot m^2$

$\tilde{m} = 1\ kg$ $R = 2\ m$

$V = 12\ m/s$ $\theta = 37°$

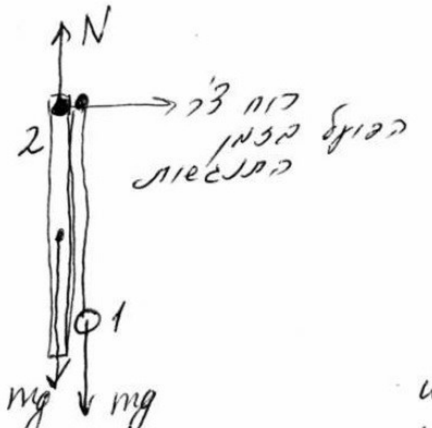
c) $J_i = \tilde{m} V_\perp R = \tilde{m} V \cos 37\, R$

$J_f = (I + mR^2)\omega$

$J_i = J_f \Rightarrow (I + mR^2)\omega = \tilde{m} V \cos\theta\, R$

$$\omega = \frac{\tilde{m} V \cos\theta\, R}{I + mR^2} = \frac{1 \cdot 12 \cdot \cos 37 \cdot 2}{150 + 30 \cdot 4} = 0.07\ \frac{rad}{sec}$$

ד) $V = \omega R = 0.14\ m/s$



שימור אנרגיה

$$\frac{I_1\omega_1^2}{2}=\frac{I_2\omega_2^2}{2} \qquad (1)$$

ω_1 — מהירות זוויתית הכדור רגע לפני התנגשות

ω_2 — מהירות זוויתית המוט רגע אחרי התנגשות

שימור תנע זוויתי

$$I_1\omega_1=I_2\omega_2 \qquad (2)$$

מ- (1) ו- (2): $I_1=I_2$

$$\frac{mL^2}{3}=ml^2 \Rightarrow \boxed{l=\frac{L}{\sqrt{3}}}$$

1_6612

בהתנגשות, אשר קצרה מאוד, נשמר תנע זוויתי ביחס לציר הסיבוב A.

בשלב התנועה שלאחרי ההתנגשות אין כוחות לא משמרים שעושים עבודה, לכן אנרגיה מכנית נשמרת. לפי שימור האנרגיה $\Delta K + \Delta U_g = 0$ כאשר המערכת מסתובבת לזווית מקסימלית, האנרגיה הקינטית שלה היא אפס. בהתחלה, במצב אנכי מיד אחרי ההתנגשות,

$$\Delta K = 0 - \frac{I_{tot}\omega^2}{2} \tag{1}$$

כאשר מומנט ההתמד של המערכת הוא

$$I_{tot} = I + Ml^2 + m(l-d)^2 \tag{2}$$

ואילו ω היא המהירות הזוויתית ההתחלתית.

אנרגיה פוטנציאלית משתנה בגלל המכרז המסה של המוט ושני הגופים עולים:

$$\Delta U_g = M_0 g h_{M_0} + Mgh_M + mgh_m \tag{3}$$

כל אחד מהם נע במעגל עם רדיוס משלו, לכן

$$h_{M_0} = M_0 gx(1-\cos\theta) + Mgl(1-\cos\theta) + mg(l-d)(1-\cos\theta) \tag{4}$$

כאשר x בהוא המרחק בין ציר הסיבוב בין מרכז המסה שאותו אנחנו מחפשים. לכן

$$\frac{I_{tot}\omega^2}{2} = [M_0 x + Ml + m(l-d)]g(1-\cos\theta) \tag{5}$$

את המהירות הזוויתית ההתחלתית נמצא משימור תנע זוויתי בהתנגשות:

$$mv(l-d) = I_{tot}\omega \tag{6}$$

בסופו של דבר:

$$x = \frac{m^2v^2(l-d)^2}{2I_{tot}M_0 g(1-\cos\theta)} - \frac{Ml + m(l-d)}{M_0} \tag{7}$$

כאשר I_{tot} ניתן ע״י הביטוי (2).

בהתנגשות נשמר תנע זוויתי ביחס לציר הסיבוב של המוט:

$$Mvl\sin\theta = [I_{cm} + Ml^2]\omega \tag{1}$$

$$I_{cm} = \frac{Mvl\sin\theta}{\omega} - Ml^2 \tag{2}$$

$$dmv + I_1 \underbrace{\omega_1}_{=0} = dmu + I_1\omega_2 \quad ; \; I = \frac{MR^2}{2}.$$

(c

$$\omega_2 = \frac{dm(v-u)}{I_1} = \frac{0.15 \cdot 0.01\,(400-200)}{2 \cdot 0.2^2/2} = 7.5 \; \frac{rad}{sec}$$

(d

$$\Delta E = \frac{mv^2}{2} - \frac{mu^2}{2} - \frac{I_1\omega_2^2}{2} = 598.875 \; J$$