תרגיל בית 2-1

א.) נתון a_t, אז מתוך הגדרת התאוצה

$$\vec{a} = \underbrace{\dot{v}\hat{v}}_{\vec{a}_t} + v\dot{\hat{v}}$$

אז

$$\dot{v} = a_t$$

$$\Downarrow$$

$$v - \overset{0}{\cancel{v_0}} = a_t \cdot t$$

נתון כי
[illegible] אפס.

נציב לתוך הביטוי של התאוצה הרדיאלית

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \frac{a_t^2}{R} \cdot t^2$$

ב.) בתנועה מעגלית יש קשר בין המהירות הזוויתית ($\dot{\varphi}$) והמהירות הקווית.

$$\vec{v} = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\varphi}\hat{\varphi}$$

מכיוון שהתנועה על מסלול היא $\rho = R$ אז $\dot{\rho} = 0$ כלומר

$$v = R\dot{\varphi}$$

נציב את המהירות

$$a_t t = R\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\varphi = \frac{1}{2}\frac{a_t}{R}t^2$$

נציב לביטוי שמצאנו בסעיף א' ונקבל

$$a_r = 2a_t \cdot \varphi.$$

רכבת מהירה נעה במהירות של $200\frac{m}{s}$, למען

נוחות הנוסעים נדרש שהתאוצה הניצבת

לתנועה לא תעלה על $0.1g$.

(i) מצאו את רדיוס העקמומיות המקסימלי עבור הרכבת

כשהיא נעה במהירות המוצעת.

(ii) מה מהירותה המקסימלית בסיבוב שרדיוסו

$1km$?

(i) רדיוס העקמומיות:

$$R = \frac{|V|^2}{|a_R|} = \frac{\left(200\left(\frac{m}{s}\right)\right)^2}{0.1\cdot 10\left(\frac{m}{s^2}\right)}$$

$$\boxed{R_{max} = 40{,}000\,(m) = 40\,km}$$

בדיקת יחידות:

$$\left[\frac{m^{\cancel{2}}}{\cancel{s^2}}\cdot\frac{\cancel{s^2}}{\cancel{m}}\right] = (m)$$

(ii)

$$|V|^2 = R\cdot|a_R| = 1{,}000\,(m)\cdot 0.1\cdot 10\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$= 1{,}000\left(\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\boxed{V_{max} = 31.6\left(\frac{m}{s}\right)}$$

חלקיק במעגל:

<1 _ 2502>

נזכר כי אם בהצגה פולרית וקטור המיקום הינו $\vec{r}_{pol} = (R,\theta)$

הרי שבהצגה קרטזית:

$$\vec{r}_{cart} = (R\cos(\theta), R\sin(\theta))$$

כאשר הזווית θ הינה הזווית בין וקטור המיקום לציר ה $\hat{x}$.

כזכור לנו, בתנועה מעגלית טהורה R אינו משתנה ולכן המיקום תלוי לחלוטין ב $\theta(t)$ כלומר בזווית כפונקציה של הזמן.

בתרגול ראינו שהמהירות המשיקית $V_{\hat{\theta}}$ הינה המהירות: $\vec{V} = V_{\hat{\theta}}\cdot\hat{\theta} + 0\cdot\hat{r}$

כמו כן אנו יודעים כי במקרה כזה:

$$V = \omega \cdot R$$

כאשר ω מוגדרת להיות $\omega \equiv \dot{\theta}$ זוהי המהירות הזוויתית, או קצב שינוי הזווית על המעגל.

$\Leftarrow$

$$\omega = \frac{V}{R}$$

ומנתוני השאלה:

$$V = At^2$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{At^2}{R}$$

אם $\dot{\theta} = \omega$ הרי ש: $\int_{t_0}^{t_{now}} \omega\, dt = \theta(t_{now}) - \varphi$

כאשר $\varphi = \theta(t_0) = \theta_0$.

$$\Theta = \int \omega\, dt = \int \frac{At^2}{R}\, dt = \frac{At^3}{3R}$$ אם כן:

$$\vec{r} = \left(R\cos\left(\frac{At^3}{3R} + \tilde{\varphi}\right),\ R\sin\left(\frac{At^3}{3R} + \tilde{\varphi}\right) \right)$$ אם כן:

בקואורדינטות קרטזיות.

כאשר φ מוגדר להיות הזווית מזמן התחלת

התנועה, בשפה אחרת:

$$\vec{r}_{(t=0)} = \left(+R\cos(\tilde{\varphi}),\ +R\sin(\tilde{\varphi}) \right)$$