

פתרון:

נקבע את נקודת האפס של האנרגיה הפוטנציאלית בגובה H מתחת לתחילת התנועה של המסה ונרשום את שימור האנרגיה:

$$E_i = MgH$$

$$E_f = \frac{1}{2} I_{\text{sphere}} \omega_{\text{sphere}}^2 + \frac{1}{2} I_{\text{cylinder}} \omega_{\text{cylinder}}^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

נשים לב כי היות והתנועה היא ללא החלקה מתקיים:

$$v = \omega_{\text{sphere}} R_{\text{sphere}} = \omega_{\text{cylinder}} R_{\text{cylinder}}$$

נציב הכל ונפתור עבור המהירות:

$$MgH = \frac{1}{2} I_{\text{sphere}} \omega_{\text{sphere}}^2 + \frac{1}{2} I_{\text{cylinder}} \omega_{\text{cylinder}}^2 + \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{I_{\text{sphere}}}{R_{\text{sphere}}^2} + \frac{I_{\text{cylinder}}}{R_{\text{cylinder}}^2} + M \right) v^2$$

$$v^2 = \frac{2MgH}{\frac{I_{\text{sphere}}}{R_{\text{sphere}}^2} + \frac{I_{\text{cylinder}}}{R_{\text{cylinder}}^2} + M}$$

נציב $I_{\text{sphere}} = \frac{2}{5} m_1 R_{\text{sphere}}^2$ ונקבל לבסוף: $I_{\text{cylinder}} = \frac{1}{2} m_2 R_{\text{cylinder}}^2$

$$v^2 = \frac{2MgH}{\frac{2}{5} m_1 + \frac{1}{2} m_2 + M} = \boxed{\frac{20MgH}{4m_1 + 5m_2 + 10M}}$$

מומלץ לבדוק יחידות וגבולות שונים!

: δ'δ'n δ'δ'δ'δ' (2), (10)

$$MgH = \frac{I_{cm} \omega^2}{2} + \frac{M V_{cm}^2}{2}$$

$$I_{cm} = MR^2 \quad ; \delta'δ'δ'n \delta'δ'δ'$$

$$V_{cm} = \omega R$$

$$MgH = \frac{MR^2 V_{cm}^2}{2 R^2} + \frac{M V_{cm}^2}{2} = M V_{cm}^2$$

$$V_{cm} = \sqrt{gH} \quad \omega = \frac{V_{cm}}{R} = \frac{\sqrt{gH}}{R}$$

$$E_{xo} = \frac{I_{cm} \omega^2}{2} + \frac{M V_{cm}^2}{2} \quad (2)$$

$$E_f = \frac{I_{cm} \omega^2}{2} + Mg h_{max}$$

$$\frac{I_{cm} \omega^2}{2} + \frac{M V_{cm}^2}{2} = \frac{I_{cm} \omega^2}{2} + Mg h_{max}$$

$$V_{cm}^2 = 2g h_{max}$$

$$h_{max} = \frac{V_{cm}^2}{2g} = \frac{H}{2}$$

: 10δN δ'δ'δ'δ'

$$I_{cm} = \frac{MR^2}{2}, \quad V_{cm} = \sqrt{\frac{4}{3}gH}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4gH}{3R^2}}$$

$$h_{max} = \frac{2}{3} H$$