

סולמות ונחשים

ככל השאלות בסגנון של סטטיקה של גוף קשיח, גם הפעם נדרוש שהגוף הן לא יאיץ קווית (סכום הכוחות יתאפס) והן לא יאיץ סיבובית (סכום המומנטים יתאפס). נסמן את הנורמל עם הקיר ב N_1 , ואת הנורמל עם הרצפה N_2 .

נסמן את החיכוך שפועל בנקודת המגע עם הרצפה ימינה, ב f . הכוח האחרון שלא הוזכר הוא mg שפועל ממרכז הסולם כלפי מטה. נתחיל ממשוואות הכוחות:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= f - N_1 = 0 \\ \sum F_y &= N_2 - mg = 0\end{aligned}$$

נוסיף לזה את משוואת המומנטים (טורקים). נבחר כנקודת ציר את הפינה השמאלית של הסולם, מכיוון ששם פועלים שני כוחות וזה יקל עלינו. (כמובן שניתן לבחור כל נקודה):

$$\begin{aligned}mg \frac{L}{2} \cos \alpha - N_1 L \sin \alpha &= 0 \\ mg &= 2N_1 \tan \alpha\end{aligned}$$

נשתמש במשוואה שקיבלנו מהמומנטים במשוואה על ציר y לקבל:

$$N_2 = 2N_1 \tan \alpha$$

משוואת הכוחות על ציר x בשילוב עם התנאי של חיכוך סטטי נותנת:

$$f = N_1 \leq \mu N_2$$

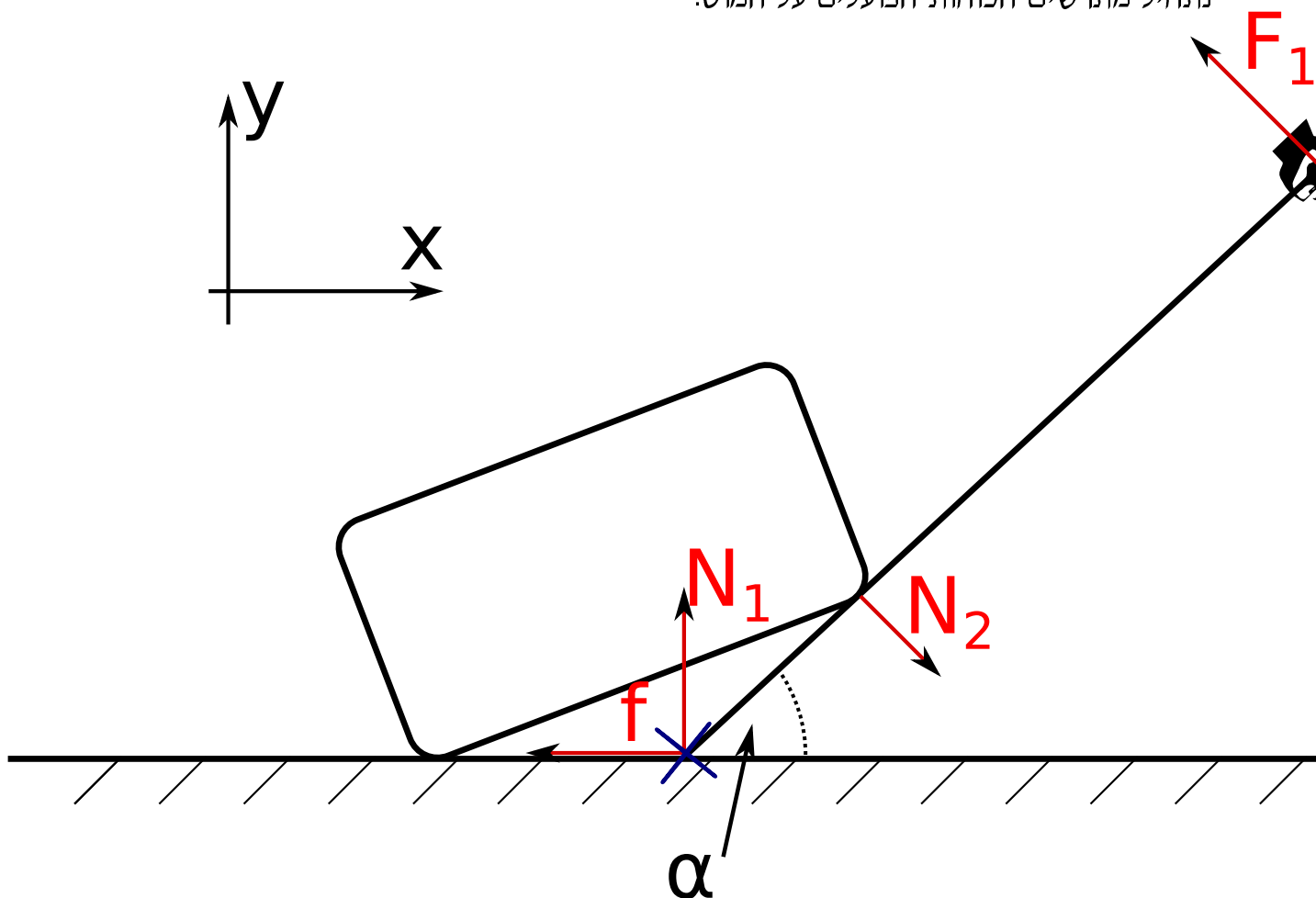
ונותר רק להציב את N_2 :

$$\begin{aligned}N_1 &\leq \mu N_2 = \mu 2N_1 \tan \alpha \\ 1 &\leq \mu 2 \tan \alpha \\ \arctan \frac{1}{2\mu} &\leq \alpha\end{aligned}$$

וקיבלנו תנאי מינימלי לאלפה, שכמובן לא כולל את מסת הסולם או אורכו שלא ניתנו לנו בתרגיל.

הרמת קופסאות

נתחיל מתרשים הכוחות הפועלים על המוט:



המערכת במנוחה, ולכן ידוע שסכום המומנטים מתאפס. נבחר כנקודת ציר את נקודת המגע עם הרצפה, ונחשב את המומנטים. נתון לנו שנקודת המגע של הפינה הימנית של הקופסא היא ברבע מאורך המוט. נסמן את אורך המוט ב- L ונקבל את סכום המומנטים:

$$\sum \tau = F_1 L - N_2 \frac{L}{4} = 0$$

$$F_1 L = N_2 \frac{L}{4}$$

$$N_2 = 4F_1$$

וקיבלנו שהכוח הפועל על הפינה הימנית של הקופסא הוא פי 4 מהכוח אותו אנחנו מפעילים. זו דוגמא ל"מכונה פשוטה" (חפשו בויקיפדיה), שעוזרת מאוד בביצוע מטלות. שימו לב שהעבודה שנעשית (אינטגרל על כוח כפול דרך) זהה כמובן. לא ניתן להרוויח אנרגיה מכלום, אבל ניתן להפעיל פחות כוח על דרך ארוכה יותר.

בשביל הכוח שהמוט מפעיל על הרצפה נוסיף את משוואות הכוחות בשני הצירים:

$$F_1 \cos \alpha - N_2 \cos \alpha + N = 0$$

$$-F_1 \sin \alpha + N_2 \sin \alpha - f = 0$$

נקבל מיידית:

$$N = N_2 \cos \alpha - F_1 \cos \alpha = 4F_1 \cos \alpha - F_1 \cos 2\alpha = 3F_1 \cos \alpha$$

בשביל לקבל את החיכוך, נעזר בתנאי על חיכוך סטטי, יחד עם משוואת הכוחות בציר x :

$$f \leq \mu_s N$$

$$f = -F_1 \sin \alpha + N_2 \sin \alpha = -F_1 \sin \alpha + 4F_1 \sin \alpha = 3F_1 \sin \alpha$$

$$= N \tan \alpha$$

$$N \tan \alpha \leq \mu_s N$$

$$\mu_s \geq \tan \alpha$$

כאשר בדרך הצבנו $3F_1 \cos \alpha = N$.
קיבלנו תנאי על מקדם החיכוך שתלוי רק בזווית המוט.

גשר על מים סוערים

משוואת הכוחות על הגשר נותנת לנו:

$$T_R + T_L - N - m_B g = 0$$

משוואת הכוחות על הילד נותנת לנו:

$$N - m_c g = 0$$

חיבור של המשוואות יתן:

$$T_R + T_L - m_c g - m_B g = 0$$

נחשב את המומנטים, ביחס לציר שעובר במרכז הגשר, כאשר נסמן את מיקום הנער ב- x :

$$T_R \frac{L}{2} - N x - T_L \frac{L}{2} = 0$$

$$T_R \frac{L}{2} - m_c g x - T_L \frac{L}{2} = 0$$

$$T_R - T_L - 2m_c g \frac{x}{L} = 0$$

כדי למצוא את הגבלות התנועה על הנער, פעם נחבר את המשוואות לקבלת הגבול על המתיחות מימין, ופעם נחסר בשביל הגבול על המתיחות משמאל:

$$2T_R - m_B g - m_c g \left(2 \frac{x}{L} + 1\right) = 0$$

$$T_R = \frac{m_B g}{2} + \frac{m_c g}{2} \left(2 \frac{x}{L} + 1\right) \leq T_{R\text{סקמ}}$$

$$m_c g \frac{x}{L} \leq T_{R\text{סקמ}} - \frac{m_B g}{2} - \frac{m_c g}{2}$$

$$x \leq \left(\frac{T_{R\text{סקמ}}}{m_c g} - \frac{m_B}{2m_c} - \frac{1}{2} \right) \cdot L$$

$$x \leq \left(\frac{350N}{40kg \cdot 10 \frac{N}{kg}} - \frac{20kg}{80kg} - \frac{1}{2} \right) \cdot 2m$$

$$x \leq 0.25m$$

חיסור המשוואות בעצם אומר להחליף את T_R ב- T_L , ואת x ב- $-x$:

$$-x \leq \left(\frac{T_{L\text{סקמ}}}{m_c g} - \frac{m_B}{2m_c} - \frac{1}{2} \right) \cdot L$$

$$x \geq - \left(\frac{400N}{40kg \cdot 10 \frac{N}{kg}} - \frac{20kg}{80kg} - \frac{1}{2} \right) \cdot 2m$$

$$x \geq -0.5m$$

כלומר $-0.5m \leq x \leq 0.25m$

מוט מחליק

הגוף שלנו לא מחליק, כלומר הוא אינו זז בכלל. נתחיל מלרשום את משוואת הכוחות בשני הצירים:

$$\sum F_x = N - T \sin \beta = 0$$

$$\sum F_y = T \cos \beta + f - mg = 0$$

↓

$$N \cot \beta + f - mg = 0$$

נוסיף לתערובת ביטוי על המומנטים, כאשר נבחר את הציר להיות הקצה הימני של המוט. המטרה בבחירה זו היא לא להוסיף עוד פעם את המתוחות למשוואות. נקבל:

$$mg \frac{L}{2} \sin \beta - fL \sin \beta + NL \cos \beta = 0$$

$$mg - 2f + 2N \cot \beta = 0$$

חיבור משוואה זו עם המשוואה שקיבלנו מהכוחות, נותן:

$$N \cot \beta + f - mg + mg - 2f + 2N \cot \beta = 0$$

$$f = 3N \cot \beta \leq \mu N$$

$$\mu \geq 3 \cot \beta$$

וזה הפתרון.

כמובן שאפשר לפתור את השאלה גם סביב ציר אחר, בחירה פופולרית למשל תהיה סביב הקצה השמאלי של המוט. משם נקבל:

$$mg \frac{L}{2} \sin \beta - TL \sin 2\beta = 0$$

$$mg = 4T \cos \beta$$

והצבה של זה בביטויים של הכוח תחזיר אותנו לאותה התשובה כמובן.