

לוח מסתו m נזר למנוק ציר x בהשדה הכח $\vec{F} = -\alpha x^2 \hat{x}$ כאשר $\alpha > 0$

נתון כי בהתחלה $t=0$ מיקומו הוא x_i ומהירותו $v_i > 0$

א) מהי המהירות והמיקום כאשר הכוח \vec{F} נעשה עניק, $x_f > x_i$
 ב) מהו ערך המהירות והמיקום כאשר הכוח \vec{F} נעשה עניק, $x_f < x_i$

ג) מהי המהירות והמיקום כאשר הכוח \vec{F} נעשה עניק, $x_f = x_i$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\alpha \int_{x_i}^{x_f} x^2 dx = -\frac{\alpha}{3} (x_f^3 - x_i^3) = \frac{\alpha}{3} (x_i^3 - x_f^3)$$

ב) המהירות והמיקום $W_{i \rightarrow f} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$

$$\frac{\alpha}{3} x_i^3 - \frac{\alpha}{3} x_f^3 = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\frac{\alpha}{3} x_i^3 + \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{\alpha}{3} x_f^3 = \text{const} = E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{\alpha}{3} x^3$$

ב) המהירות והמיקום $F = -\frac{dU}{dx} \Rightarrow U = -\int F dx = \frac{\alpha}{3} x^3$

ג) עבור מהירות מסוימת $v_f = 0$ $\frac{\alpha}{3} x_i^3 + \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{\alpha}{3} x_f^3$

$$x_f = \left(x_i^3 + \frac{3m}{2\alpha} v_i^2 \right)^{\frac{1}{3}}$$

חוט ומסמר

הכוחות הפועלים על המסה הם רק הכובד והמתחיות. בבעיה שלפנינו המתחיות תמיד ניצבת לתנועה ולכן היא אינה עושה עבודה. אם כן, יש שימור אנרגיה מכנית. נקבע את גובה האפס ($h_0 = 0$) בנקודת ההתחלה של התנועה. האנרגיה בהתחלה היא:

$$E_i = K_i + U_i = 0$$

כשהחוט בזווית α , הגוף נמצא בגובה:

$$h_1 = \frac{L}{2}(\cos \alpha - 1)$$

לכן האנרגיה המכנית בסוף היא:

$$E_f = K_f + U_f = \frac{mv_1^2}{2} + mg\frac{L}{2}(\cos \alpha - 1)$$

כמו שאמרנו קודם לא נעשית עבודה אחרת ולכן האנרגיה נשמרת, ונקבל:

$$\begin{aligned} E_i &= E_f \\ 0 &= \frac{mv_1^2}{2} + mg\frac{L}{2}(\cos \alpha - 1) \\ v_1^2 &= gL(1 - \cos \alpha) \end{aligned}$$

בסעיף הבא שואלים לגבי המתחיות. בחלק הזה של השאלה, התאוצה הרדיאלית צריכה להיות שווה ל:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{L/2} = 2\frac{v^2}{L}$$

הכוחות ברכיב הרדיאלי הם:

$$T + mg \cos \alpha$$

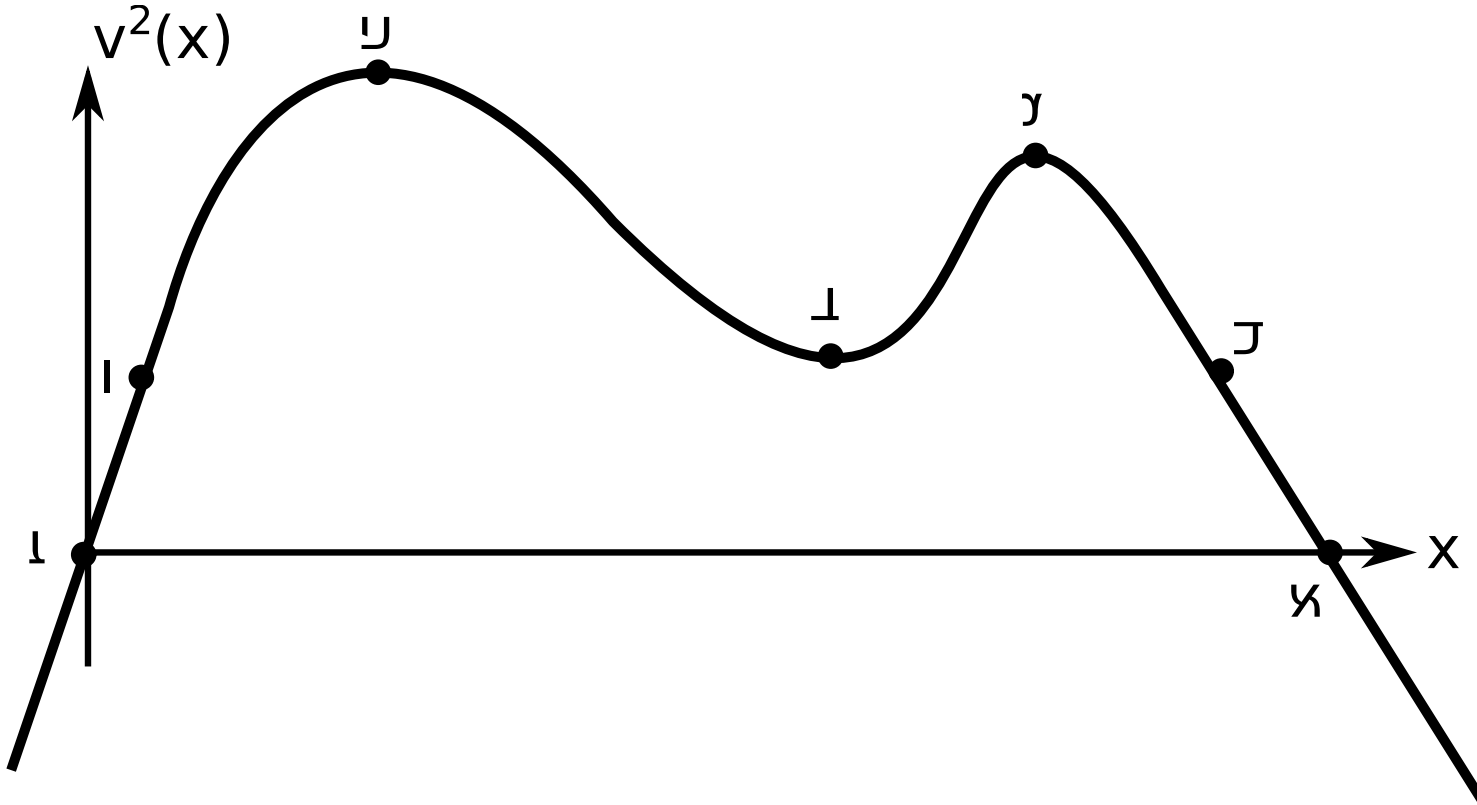
ולכן:

$$\begin{aligned} T + mg \cos \alpha &= 2m\frac{v^2}{L} \\ \frac{T}{m} &= 2\frac{v^2}{L} - g \cos \alpha = 2g(1 - \cos \alpha) - g \cos \alpha = g(2 - 3 \cos \alpha) \end{aligned}$$

כאשר הצבנו בדרך את המהירות בזווית תטא שמצאנו בפרק הקודם. מכאן אנחנו מקבלים שכשהמתחיות מתאפסת, הקוסינוס שווה $\frac{2}{3}$.

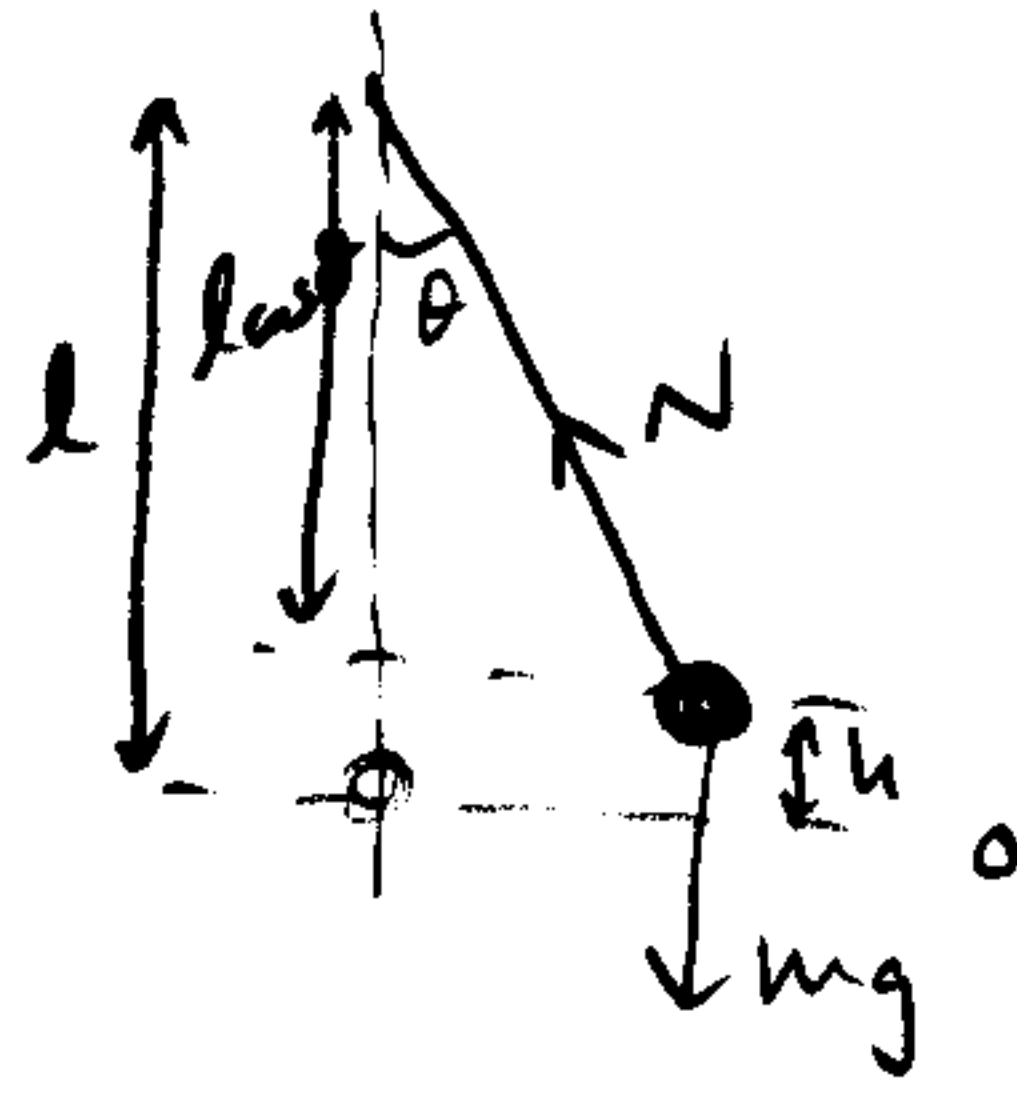
גרף עם פוטנציאל

- א. מהירות הגוף מתאפסת כאשר האנרגיה הקינטית מתאפסת, וזה קורה כשאין הפרש בין הקו המקוקו לגרף הפוטנציאל. זה קורה בשתי נקודות, א' וז'.
- ב. מהירות הגוף מקסימלית כשההפרש בין הקו המקוקו לגרף האנרגיה מקסימלי, וזה קורה בנקודה ה'.
- ג. הכוח מתאפס כשנגזרת הפוטנציאל מתאפסת, וזה קורה בג' ד' וה'.
- ד. כיוון הכוח נקבע על ידי הנגזרת. כאשר היא חיובית, הכוח שמאלה, וכשהיא שלילית הכוח ימינה. במקרה שלנו, הכוח ימינה בין ג' לד' ובין ה' לז', והכוח שמאלה בין א' לג' ובין ד' לה'.
- ה. המהירות בריבוע שווה להפרש בין הקו המקוקו לגרף הפוטנציאל, עד כדי מסה חלקי שתיים, לכן פשוט צריך להפוך את הדף:



ו. הגוף לא יכול לנוע לאינסוף או למינוס אינסוף, ולכן הוא במסלול קשור.

(א.)



הכוחות שפועלים הם N ו- mg . כוח הכבידה הוא כוח לשמאל, ואילו הכוח N הוא לא בהכרח משמאל (צריך לבדוק) אבל מכיוון שהוא לא עושה עבודה אז אין זה משמאל.

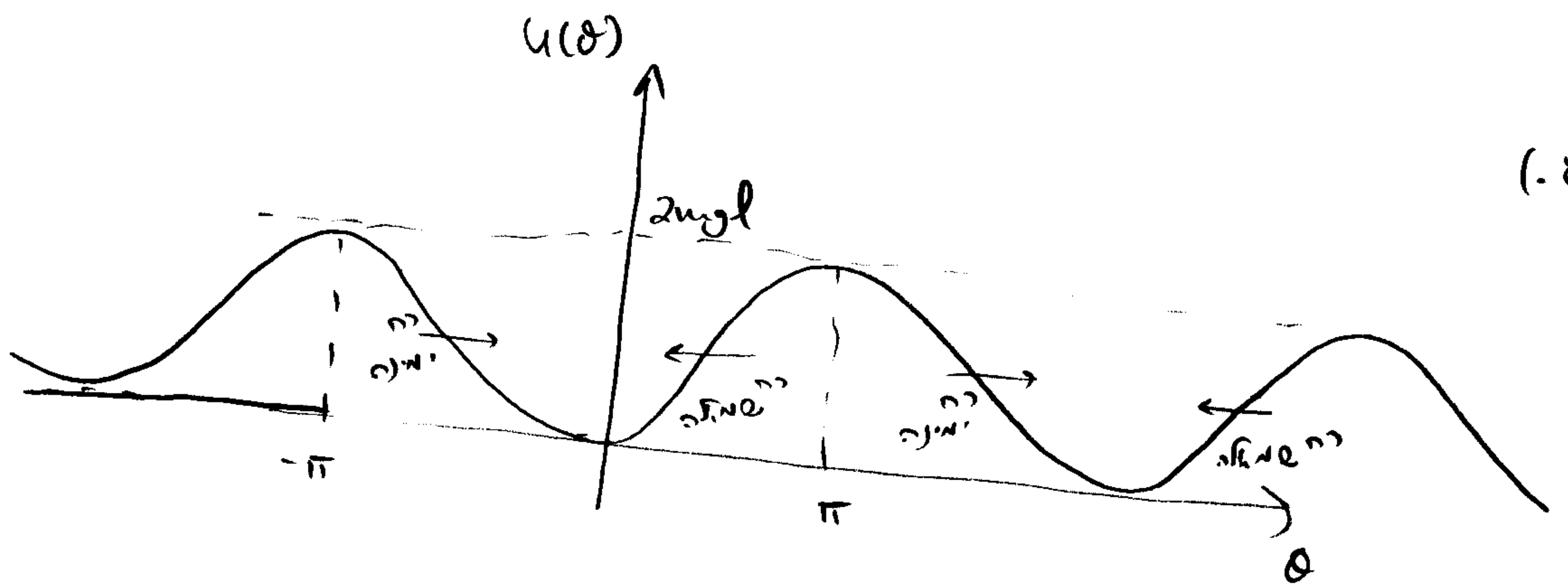
(ב.) האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף גיחה יק אנרגיה פוטנציאלית - כובדית. נצביר את (ק') האפס כאשר הגוף נמצא במצבו המסווג ורק הזווית θ הוא

$$h = l(1 - \cos\theta)$$

ומכאן שהאנרגיה הפוטנציאלית

$$U = mgl(1 - \cos\theta)$$

(ג.)



(ג.) הוחש שניתן לראות את הגוף נעוץ

$$\vec{F} = - \frac{dU}{d\theta} \hat{\theta}$$

כאשר הכוח חיובי אל הימין ושלילי חיובי החיובי שלילי.

(ה) קרי שמי. הן (קרי בהן) הרה שונה לאפס, כחומר שהתנעו. אז הפס (נציו)

היא אפס. אלו הן בעצם קרי הקיצין של הילי.

בידי קרי הקיצין גיחיה יציבה צינן שהיא גיחיה (קרי) מנימוס, כחומר שם נוסל
א גיחיה. אז האול עדין ישאר במקומו ולא יברח.

(ו) האול יכח אבצע 2 סאים של מסלול, ו עבור למעשה אז קו האנטיה המכני - שלו

זבוח מתקרי קיצין ורק האול סוגה גיחיה במעשה.

כומר האנטיה המכני - למעשה אז האול יעשה גיחיה מחצוית - סבים קרי המנימוס.
כי קריא מסלול קטנה.

רק כן עור למעשה אז המסלול הוא קטנה.

(ז) האנטיה הקינטי - המרביאלי - לעיין איתם האול כומר הוא נמצא בנ'.

המנימוס בידי סיים גיחיה אז מסלול קטנה הוא

$$k = 2\mu g$$

כומר כן עור $k < 2\mu g$ עבור $\theta = 2\pi u$ עם $u = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ אז

האול יבצע גיחיה במסלול סגור.