# חישוב מומנט התמד של מערכת נקודות

מומנט ההתמד מוגדר :

$$I=\sum m_i r_i^2$$

שימו לב שהכוונה היא לציר שניצב לדף.

1. סביב מסה m1:

$$I=\sum m_i r_i^2=m_2 r_2^2+m_3 r_3^2=m_2 L^2+m_3(\sqrt{2}L)^2=\frac{m}{2}L^2+m2L^2=\frac{5}{2}mL^2$$

2. סביב מסה m3:

$$I=\sum m_i r_i^2=m_1 r_1^2+m_2 r_2^2=m_1(\sqrt{2}L)^2+m_2 L^2=\frac{m}{2}2L^2+\frac{m}{2}L^2=\frac{3}{2}mL^2$$

3. על מנת לעבור לציר מקביל העובר דרך מרכז המסה, ניתן להשתמש במשפט שטיינר (זיכרו: המשפט נכון אך ורק למעבר מ/אל מרכז המסה!)
עלינו לברר את המרחק של מרכז המסה מאחד הצירים שכבר חישבנו. קודם כל נברר את מרכז המסה, במערכת הצירים שמופיעה בשאלה. בציר X נקבל:

$$X_{cm}=\frac{m_1 L+m_2 0+m_3 0}{m_1+m_2+m_3}=\frac{\frac{m}{2}L}{2m}=\frac{L}{4}$$

ובציר Y:

$$Y_{cm}=\frac{m_1 0+m_2 0+m_3 L}{m_1+m_2+m_3}=\frac{mL}{2m}=\frac{L}{2}$$

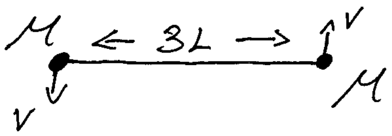
עכשיו נותר לחשב את המרחק (בריבוע) בין מרכז המסה לאחת הנקודות שכבר חישבנו. אבחר את m1:

$$R_{cm\to m_1}^2=(L-\frac{L}{4})^2+\frac{L}{2}^2=\frac{13}{16}L^2$$

ומשפט שטיינר נותן לנו:

$$I_{cm}=I m_1-(m_1+m_2+m_3)R_{cm\to m_1}^2=\frac{5}{2}mL^2-2m\frac{13}{16}L^2=\frac{7}{8}mL^2$$

1_GG01




א) שתי המשקולות ינועו במעגל שרדיוסו 1.5L סביב מרכז ~~המסה~~ המוט.

$R = 1.5L$

$J_i = MVR + MVR = 2MVR = Mv3L$

$J_f = I\omega = (MR^2 + MR^2)\omega = 2MR^2\omega$

$J_i = J_f \Rightarrow 2MR^2\omega = 3MVL$

$\omega = \frac{3}{2}\frac{VL}{R^2} = \frac{2}{3}\frac{V}{L} = V/R$

ב)

$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot 2MR^2\cdot\frac{V^2}{R^2} = 2\cdot\frac{1}{2}MV^2 = MV^2$

ג)

$\tilde{R} = \frac{1}{2}L = \frac{1}{3}R$

$J_i = I\omega = 2MRV$

$J_f = \tilde{I}\tilde{\omega} = 2M\tilde{R}^2\cdot\tilde{\omega} = \frac{2}{9}MR^2\tilde{\omega}$

$\Rightarrow \tilde{\omega} = 9V/R = 9\omega$

ד)

$\tilde{E}_k = \frac{1}{2}\tilde{I}\tilde{\omega}^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{9}MR^2\cdot 81\omega^2 = 9MR^2\omega^2 = 9MV^2 = 9E_k$

ה) על מנת לשנות את התנע הקווי שלהן $(\tilde{V}=3V)$ הרקדניות השקיעו עבודה בגודל $8MV^2$ שהלכה לאנרגיה הקינטית של המערכת

Parameters:

$L = 2[m]$,$m_1 = 5[kg]$,$m_2 = 0.01[kg]$,$v = 400[m/s]$,$x = 0.1[m]$

a. Conservation on angular momenta around the rod's axis (The gravity is parallel to the displacement vector):

$$L_z = (L - x)m_2 v \sin(90) = I\omega \tag{1}$$

The moment of inertia of the rod and the bullet is:

$$I = \frac{m_1 L^2}{12} + m_1(\frac{L}{2})^2 + m_2(L - x)^2 \tag{2}$$

So the angular velocity after the collision:

$$\omega = \frac{(L - x)m_2 v \sin(90)}{\frac{m_1 L^2}{12} + m_1(\frac{L}{2})^2 + m_2(L - x)^2} \tag{3}$$

b. The distance between the axis and the center of mass:

$$L_{cm} = \frac{m_1 \frac{L}{2} + m_2(L - x)}{m_1 + m_2} \tag{4}$$

Using conservation of energy:

$$\frac{I\omega^2}{2} = (m_1 + m_2)gL_{cm}(1 - \cos\varphi) \tag{5}$$

$$(1 - \cos\varphi) = \frac{I\omega^2}{2g(m_1 \frac{L}{2} + m_2(L - x))} \tag{6}$$

$$\varphi = \cos^{-1}(1 - \frac{I\omega^2}{2g(m_1 \frac{L}{2} + m_2(L - x))}) \tag{7}$$