

1_6612

בהתנגשות, אשר קצרה מאוד, נשמר תנע זוויתי ביחס לציר הסיבוב A . בשלב התנועה שלאחרי ההתנגשות אין כוחות לא משמרים שעושים עבודה, לכן אנרגיה מכנית נשמרת. לפי שימור האנרגיה $\Delta K + \Delta U_g = 0$ כאשר המערכת מסתובבת לזווית מקסימלית, האנרגיה הקינטית שלה היא אפס. בהתחלה, במצב אנכי מיד אחרי ההתנגשות,

$$\Delta K = 0 - \frac{I_{tot}\omega^2}{2} \quad (1)$$

כאשר מומנט ההתמד של המערכת הוא

$$I_{tot} = I + Ml^2 + m(l-d)^2 \quad (2)$$

ואילו ω היא המהירות הזוויתית ההתחלתית. אנרגיה פוטנציאלית משתנה בגלל המרכז המסה של המוט ושני הגופים עולים:

$$\Delta U_g = M_0gh_{M_0} + Mgh_M + mgh_m \quad (3)$$

כל אחד מהם נע במעגל עם רדיוס משלו, לכן

$$h_{M_0} = M_0gx(1 - \cos \theta) + Mgl(1 - \cos \theta) + mg(l-d)(1 - \cos \theta) \quad (4)$$

כאשר x בהוא המרחק בין ציר הסיבוב בין מרכז המסה שאותו אנחנו מחפשים. לכן

$$\frac{I_{tot}\omega^2}{2} = [M_0x + Ml + m(l-d)]g(1 - \cos \theta) \quad (5)$$

את המהירות הזוויתית ההתחלתית נמצא משימור תנע זוויתי בהתנגשות:

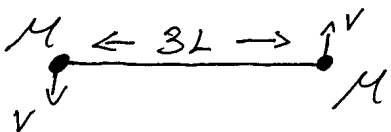
$$mv(l-d) = I_{tot}\omega \quad (6)$$

בסופו של דבר:

$$x = \frac{m^2v^2(l-d)^2}{2I_{tot}M_0g(1 - \cos \theta)} - \frac{Ml + m(l-d)}{M_0} \quad (7)$$

כאשר I_{tot} ניתן ע"י הביטוי (2).

1-6601



(10) שני המסה יתחילו להסתובב סביב נקודה 1.5L מידות מה קצה שמאל

$$R = 1.5L$$

$$J_i = MVR + MVR = 2MVR = Mv3L$$

$$J_f = I\omega = (MR^2 + MR^2)\omega = 2MR^2\omega$$

$$J_i = J_f \Rightarrow 2MR^2\omega = 3MvL$$

$$\omega = \frac{3}{2} \frac{vL}{R^2} = \frac{2}{3} \frac{v}{L} = \frac{v}{R}$$

$$E_x = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 2MR^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} = 2 \cdot \frac{1}{2} Mv^2 = Mv^2 \quad (2)$$

$$\tilde{R} = \frac{1}{2}L = \frac{1}{3}R$$

(2)

$$J_i = I\omega = 2MvR$$

$$J_f = \tilde{I}\tilde{\omega} = 2M\tilde{R}^2 \cdot \tilde{\omega} = \frac{2}{9} MR^2 \tilde{\omega}$$

$$\Rightarrow \tilde{\omega} = 9 \frac{v}{R} = 9\omega$$

$$\tilde{E}_x = \frac{1}{2} \tilde{I} \tilde{\omega}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} MR^2 \cdot 81\omega^2 = 9MR^2\omega^2 = 9Mv^2 = 9E_x \quad (2)$$

(11) שני המסה יתחילו להסתובב סביב נקודה 3L מידות מה קצה שמאל

המקום של המסה שמאלה יישאר זהה והמסה שמאלה תישאר

$$dmv + I_1 \omega_1 = dm u + I_1 \omega_2 \quad ; \quad I = \frac{MR^2}{2}$$

$$\omega_2 = \frac{dm(v-u)}{I_1} = \frac{0.15 \cdot 0.01 (400-200)}{2 \cdot 0.2^2 / 2} = 7.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$\Delta E = \frac{mV^2}{2} - \frac{mu^2}{2} - \frac{I_1 \omega_2^2}{2} = 598.875 \text{ J} \quad (2)$$

1. We know that the frequency of S.H.M is given by

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}},$$

so if $\omega = 1$ then

$$1 \text{ s}^{-2} = \frac{k}{M} \implies k = M \text{ s}^{-2} = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}.$$

2. Kinetic energy is (I'm writing here the units, except for the mass, to keep track on them)

$$E_k(t) = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 = \frac{1}{2} M (2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cos[t])^2 = 2M \cos^2[t] \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}.$$

The maximum kinetic energy is

$$E_{k,max} = 2M \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 0.1 \text{ Joule}.$$

3. The potential energy is

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (2 \sin[t])^2 = 2k \sin^2[t].$$

The maximum value of it is

$$E_{p,max} = 2k = 0.1 \text{ Joule}.$$

These values are also the total energy of the system. This maximum value will be distributed between the kinetic and potential energies, and when the mass will be at the turning points, or at the relaxed point all the energy will concentrated at one of the energy forms, then that energy will have its maximum value.

תרגיל I:

מסה $M_2 = 2 \text{ kg}$ קדורה למסה $M_1 = 1 \text{ kg}$ עם תור קי.

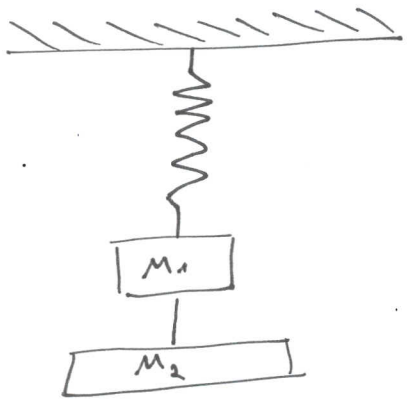
מסה M_1 מחוברת לקפיץ אלסטי עם קבוע קפיץ $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

המערכת נמצאת במנוחה וברגע $t=0$ החל לקרע.

א. מהו המיקום ההתחלתי של המערכת יחסית למצב היציב והקפיץ?

ב. מהו מיקום הקיץ שיוני המשקל יחסית למצב היציב והקפיץ? מהי האנרגיה האנליטית והקנטיקה בהתחלה וההתמונה?

ג. מצא את המיקום היציב וכפוף של המערכת (מרכז המסה).



פתרון:

א. נמצא את מיקום המנוחה של המערכת.

$$\sum F_j = 0 = k y_0 - M_1 g - M_2 g$$



$$y_0 = \frac{g(M_1 + M_2)}{k} = \frac{3 \cdot 9.8}{100} = \boxed{29.4 \text{ cm}}$$

ב. במצב היציב, המערכת נמצאת במנוחה. נמצא את המיקום היציב של המערכת.

$$\sum F_j = 0 = k y_s - M_1 g \Rightarrow y_s = \frac{M_1 g}{k} = \boxed{9.8 \text{ cm}}$$

2. תנאי ההתחלה של המערכת הם:

$$y(t=0) = y_0 - y_s = 19.6 \text{ cm}$$

$$v(t=0) = 0$$

נניח שהתנועה היא סינוסואלית. נכתוב את המשוואה הכללית לתנועה:

$$y(t) = A \cos(\omega t)$$

כאשר A היא התנודה המקסימלית.

$$y(t=0) = y_0 - y_s = A \cos(0) = A$$

$$v(t) = \dot{y}(t) = -A\omega \sin(\omega t)$$

~~התנודה המקסימלית היא 19.6 ס"מ.~~

~~התנודה המקסימלית היא 19.6 ס"מ.~~

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \boxed{10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}}$$



$$y(t) = (y_0 - y_s) \cos(\omega t) = 19.6 \cdot \cos(10t)$$