ex-12-02

א) מאין שימור אנרגיה :

$$E_i = E_f$$

$$mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$V = \omega R$$

$$mgh = \frac{1}{2} I \left(\frac{V}{R}\right)^2 + \frac{1}{2} m V^2$$

$$2mgh = V^2 \left(\frac{I}{R^2} + m\right)$$

$$V^2 = \frac{2gh}{\left(m + \frac{I}{R^2}\right)}$$

עבור גליל מלא:

$$I = \frac{1}{2} m R^2$$

$$V_{\text{גליל מלא}}^2 = \frac{2gh}{\left(m + \frac{\frac{1}{2} m \cancel{R^2}}{\cancel{R^2}}\right)}$$

$$V_{\text{גליל מלא}}^2 = \frac{4gh}{3m} \Rightarrow V_{\text{גליל מלא}} = \sqrt{\frac{4gh}{3m}}$$

//

עבור גליל ריק:

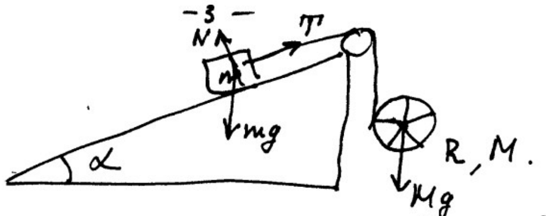
$$I = mR^2$$

$$V_{\text{גליל ריק}}^2 = \frac{2gh}{2m} = \frac{gh}{m}$$

$$V_{\text{גליל ריק}} = \sqrt{gh/m}$$

//

.5



$$I_{cm} = 5 I_0$$ (א

$$I_0 = \left(\frac{M}{5}\right)\frac{R^2}{3} \; ; \; I_{cm} = \frac{MR^2}{3}.$$

$$MgR = I'\alpha$$ (ב

$$I' = I_{cm} + MR^2 = \frac{4}{3}MR^2$$

$$\alpha = \frac{MgR}{\frac{4}{3}MR^2} = \frac{3}{4}\frac{g}{R}$$

$$Mg - T = M a_{cm}$$ (ג

$$a_{cm} = \alpha R$$

$$Mg - T = M\frac{3}{4}\frac{g}{R}\cdot R \Rightarrow T = M\frac{1}{4}g$$

$$T = mg\sin\alpha \Rightarrow m = \frac{T}{g\sin\alpha} = \frac{1 M}{4\sin\alpha}.$$

נחשב את המהירות שחייבת להיות לכדור בהגיעו לשיא הגובה על מנת שישלים סיבוב. נעשה זאת באמצעות שיקולי כוחות. בנקודת שיא הגובה:

$$\sum F_y = 0 = m\frac{v^2}{R} - mg - N \rightarrow N = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

סיבוב שלם יושלם אם בנקודה הזו הנורמאל יהיה גדול מאפס, ולכן:

$$N = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right) > 0 \rightarrow v^2 > gR$$

כעת, נחפש גובה שחרור שיניב מהירות שכזו בנקודה הקריטית. שיקולי שימור אנרגיה נותנים:

$$mgH = mg2R + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

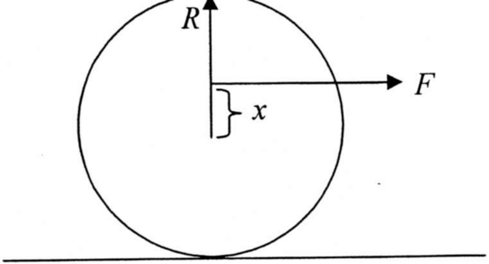
נשתמש בעובדה שאין החלקה כך ש- $\omega = v/r$ ונציב את מומנט ההתמד הנתון בבעיה:

$$mgH = 2mgR + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right) = 2mgR + \frac{7}{10}mv^2$$

נבודד את המהירות ונדרוש את התנאי שקיבלנו מקודם:

$$v^2 = \frac{10g}{7}\left(H - 2R\right) > gR \rightarrow \boxed{H > \frac{27}{10}R}$$

5.



נרשום משוואת כוחות ומומנטים בהנחה שהחיכוך בין הגליל למשטח התאפס:

$$\sum F_x = F = ma$$

$$\sum \tau = F \cdot x = I\alpha$$

$$I = \frac{1}{2}mR^2 \quad , \quad \alpha = \frac{a}{R}$$

$$F \cdot x = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{a}{R} \quad \rightarrow \quad ma \cdot x = \frac{1}{2}maR \quad \rightarrow \quad x = \frac{R}{2}$$

א), ב) <u>לגליל חלול:</u>

$$MgH = \frac{I_{cm}\omega^2}{2} + \frac{MV_{cm}^2}{2}$$

$$I_{cm} = MR^2$$ גליל חלול:

$$V_{cm} = \omega R$$

$$MgH = \frac{MR^2 V_{cm}^2}{2R^2} + \frac{MV_{cm}^2}{2} = MV_{cm}^2$$

$$V_{cm} = \sqrt{gH} \qquad \omega = \frac{V_{cm}}{R} = \frac{\sqrt{gH}}{R}$$

ג)

$$E_{k0} = \frac{I_{cm}\omega^2}{2} + \frac{MV_{cm}^2}{2}$$

$$E_f = \frac{I_{cm}\omega^2}{2} + Mgh_{max}$$

$$\frac{I_{cm}\omega^2}{2} + \frac{MV_{cm}^2}{2} = \frac{I_{cm}\omega^2}{2} + Mgh_{max}$$

$$V_{cm}^2 = 2gh_{max}$$

$$h_{max} = \frac{V_{cm}^2}{2g} = \frac{H}{2}$$

<u>לגליל מלא:</u>

$$I_{cm} = \frac{MR^2}{2}, \qquad V_{cm} = \sqrt{\frac{4}{3}gH}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4gH}{3R^2}}$$

$$h_{max} = \frac{2}{3}H$$

1. N is the normal force between the cylinders, μN is the friction between the cylinders.

$$(I_1 + mr^2)(a/r) = mg\sin\alpha r + Nr - \mu Nr \tag{1}$$

$$(I_2 + mr^2)(a/r) = mg\sin\alpha r - Nr - \mu Nr \tag{2}$$

$$[(I_1/mr^2 + 1)(1+\mu) + (I_2/mr^2 + 1)(1-\mu)]a = 2g\sin\alpha \tag{3}$$

$$\Rightarrow I_1 > I_2 \Rightarrow I_1 = mr^2, \quad I_2 = mr2/2 \tag{4}$$

$$[2(1+\mu) + 3(1-\mu)/2)]a = 2g\sin\alpha \tag{5}$$

$$a = \frac{4}{7+\mu} g\sin\alpha \tag{6}$$