Solution – The Seven Coins:

The moment of inertia is additive, hence we need to calculate the moment of inertia separately for each coin (around the required axis) and simply add.

Starting with the central coin:

$$I_{central} = \int r_\perp^2 dm = \left\{ \sigma = \frac{m}{\pi R^2} \right\} = \sigma \int_0^R r^2 r dr \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{1}{2} m R^2$$

And then, using the perpendicular axes theorem for the other coins:

$$I_{outer} = \frac{1}{2} m R^2 + m(2R)^2$$

So finally-

$$I_{tot} = I_{central} + 6 I_{outer} = \frac{7}{2} m R^2 + 6m(2R)^2 = \boxed{\frac{55}{2} m R^2}$$

מפצח האגוזים

נרשום את המומנטים הפועלים עלה הידית העליונה ביחס לציר בנקודת הציר של המפצח. נסמן את המרחק $L = 13cm$ ובהתאם: $\frac{L}{5} = 2.6cm$.

נסמן את הכוח שפועל על האגוז בN, ונקבל עבור הידית העליונה:

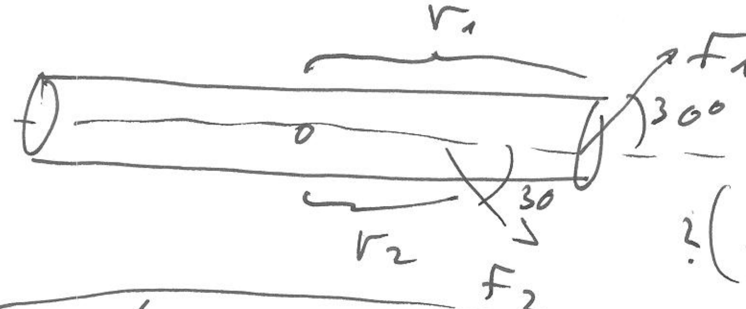
$$FL - N\frac{L}{5} = 0$$

או בעצם:

$$N = 5F$$

כלומר הכוח מהידית העליונה בלבד הוא פי חמש מהכוח שפועל על האגוז. בשביל להפעיל $46N$ משני צדי האגוז, די להפעיל $\frac{46N}{5} = 9.2N$ משני צדי מפצח האגוזים. מכאן שמפצח האגוזים יעיל פי חמש מהפעלת כוח ישיר. (שוב נדגיש: הכוח פי חמש. העבודה שהוא יעשה לאורך מסלול זהה בדיוק).

מוט אחיד חופשי להסתובב סביב מרכז
מסתו. כוח של 5N שזוויתו 30 מעלות
מהמוט פועל עליו במרחק של 4m. כוח נוסף
של 5N פועל ב~~כיוון~~ זווית של 30 מעלות וכיוון הפוך
לכוח הראשון, במרחק של 2 מטרים מימין.
שני הכוחות פועלים מימינו של מרכז המסה



מה גודל המומנט הכולל שפועל על המוט (ב-N·m)?
3 (א) 7 (ב) 5 (ג) 0 (ד)
התשובה הנכונה היא (ג)

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2$$

$$\tau_1 = \vec{r}_1 \times F_1 = |r_1| \cdot |F_1| \cdot \sin(\theta_1) = 4_m \cdot 5_N \cdot 0.5$$

$$\tau_2 = \vec{r}_2 \times F_2 = |r_2| \cdot |F_2| \cdot \sin(\theta_2) = 2m \cdot 5N \cdot (-0.5)$$

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = 10_{N\cdot m} - 5_{N\cdot m} = 5_{N\cdot m}$$

$\boxed{\text{לכן התשובה היא (ג) } 5_{N\cdot m}}$

ריבוע מחורר

נסמן את מרכז המסה של הריבוע המלא ב X_{SQUARE}.

עכשיו נדמיין שכבר ניסרו את החור, אבל טרם הוציאו אותו. ברי שמרכז המסה של הגוף "ריבוע מחורר" + "חור" נמצא באותו מקום כמו קודם. אנחנו מחפשים את מרכז המסה של הגוף המחורר, אותו נסמן ב X_{CM}.
בנוסף, נסמן את מרכז המסה של המעגל שאנחנו מתכננים להוציא כך: X_{CIRCLE}.

נמצא את מרכז המסה של הגוף "ריבוע מחורר"+"חור", ונשווה אותו לריבוע שהיה קודם:

$$X_{\text{SQUARE}} = \frac{(M-m)X_{\text{CM}} + mX_{\text{CIRCLE}}}{M-m+m}$$

עכשיו נסדר את המשוואה כך שתיתן לנו את מרכז המסה שאנחנו רוצים:

$$X_{\text{CM}} = \frac{MX_{\text{SQUARE}} - mX_{\text{CIRCLE}}}{M-m}$$

אם נבחר את נקודת היחוס שלנו כך שהאפס יהיה בריבוע, ומרכז המסה של העיגול יהיה ב d, נקבל:

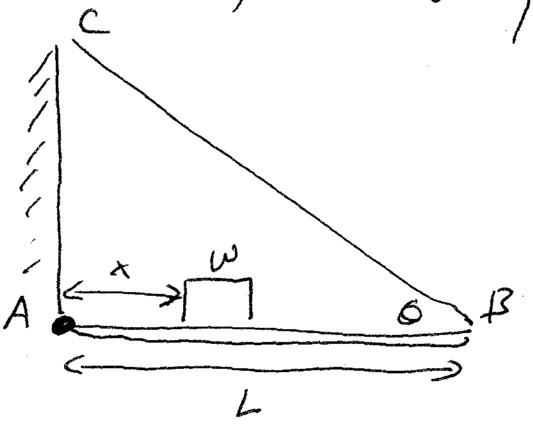
$$X_{\text{CM}} = \frac{-m}{M-m}d$$

וזו התשובה.

דרך אחרת להסתכל על התוצאה שקיבלנו היא שמרכז המסה של הגוף המחורר שווה לחיבור של הריבוע עם חור, כאשר לחור יש מסה שלילית.

1-631

מוט אופקי דק AB, אורך L, מסה זניחה, מחובר לקיר
בנק' A ולחוט בנק' B. החוט מחובר בקיר בנק' C. החוט
יוצר זווית θ עם הקיר. ניתן להזיז בלוק W על המוט ולהציב
אותו לאורך המוט עד מרחק x.



א) מהו מתיחות T כפונקציה של x

ב) מהו רכיבים אופקיים ואנכיים של הכח
המופעל על המוט ע"י הציר בנק' A

ג) נתון $W = 315 N$, $L = 2.76 m$, $\theta = 32^\circ$
מקסימום מתיחות על החוט הוא 520N
מהו המרחק המקסימלי x לפני שהחוט נקרע.

א)

$$\Sigma \tau = Wx - TL\sin\theta = 0$$

$$T = Wx / L\sin\theta$$

ב) כוח אופקי על הציר שווה בגודל לרכיב האופקי של המתיחה

$$F_x = T\cos\theta = \frac{Wx}{L\tan\theta}$$

$$F_y = W - \frac{Wx}{L}$$

הרכיב האנכי מאזן את המשקל.

ג)

$$x = \frac{(520 N)(2.75 m)\sin(32.0^\circ)}{315 N}$$

$$= 2.41 m$$

א) נקבל $a = 0.133g$, $\sin\theta = \frac{7}{5} \cdot 0.133$

$\frac{5}{7} \cancel{g} \sin\theta = 0.133 \cancel{g}$ $= 0.186$

$\theta = 10.7^0$

ג) אם אין חיכוך והגלגל יחליק בלי להתהפך.

$a = g \sin\theta = g \times 0.186$.