

איך מוצאים את כיוון החיכוך בגלגול עם וללא החלקה

באופן כללי, כיוון החיכוך בגלגול (בהנחה שיש, נדון בקיומו בהמשך) ייקבע לפי נקודת המגע עם הקרקע.

גלגול עם החלקה

התנאי לגלגול עם החלקה הוא

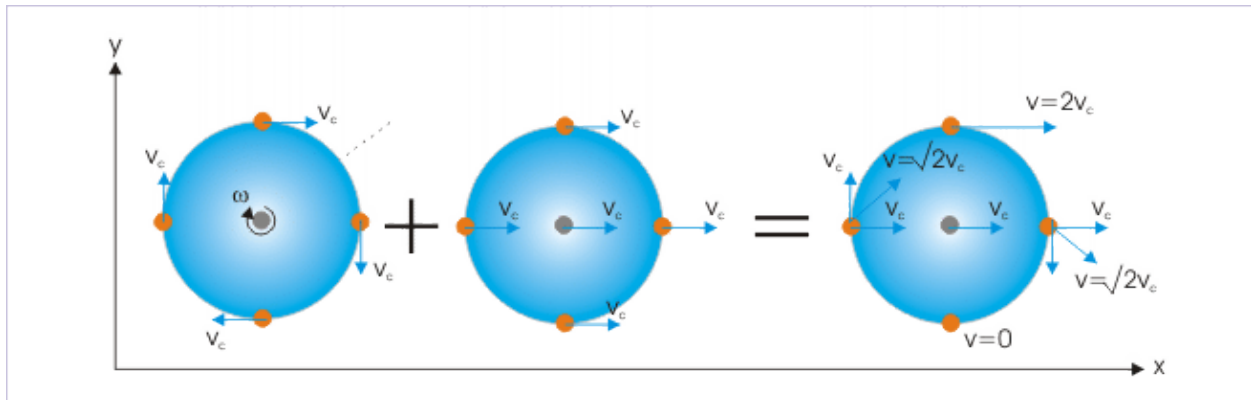
$$v_{cm} \neq \omega R$$

כאשר ω היא המהירות הזוויתית סביב מרכז המסה. בסיטואציה הזו, מהירות נקודת המגע עם הקרקע ביחס לקרקע היא

$$v_r = v_{cm} - \omega R \neq 0$$

כלומר שיש מהירות יחסית בין נקודת המגע לבין המשטח ועל כן יופעל חיכוך קינטי. כיוונו של החיכוך הקינטי יהיה בכיוון ההפוך לכיוון המהירות של נקודת המגע ביחס לקרקע.

גלגול ללא החלקה



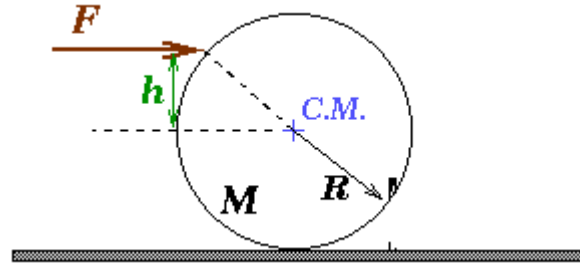
התנאי לגלגול ללא החלקה הוא ההפוך לגלגול עם החלקה

$$v_{cm}(t) = \omega(t)R$$

במקרה הזה, מהירות נקודת המגע עם הקרקע חייבת להיות אפס (אפשר לחשוב על גלגול ללא החלקה כחיבור של תנועה קווית בלבד וסיבובית בלבד סביב מרכז המסה כמוראה בציר למעלה).

דוגמא ראשונה

נתבונן תחילה במקרה בו מופעל כוח חלש בכיוון התנועה (כך שהגלגול ללא החלקה נשמר), ולכן ייווצר חיכוך סטטי. כאן כיוון החיכוך לא יקבע לפי מהירות של נקודת המגע ביחס לקרקע, כי היא כאמור 0. נסתכל על השרטוט הבא:



נניח שכוח מופעל בגובה h מסוים מעל מרכז המסה, והוא יוצר גלגול ללא החלקה – לאיזה כיוון יהיה החיכוך הסטטי? במקרה הנ"ל יש קונפליקט בין כיוון התנועה הקווית שהכוח מנסה ליצר בנקודת המגע עם הקרקע (ימינה) ולבין המומנט שהוא מייצר (סיבוב עם כיוון השעון, לכן נקודת המגע תשאף לנוע שמאלה). נשאלת השאלה מי מנצח. כדי להבין לאיפה נקודת המגע שואפת לנוע נסתכל רק על התאוצות שיוצר הכוח בכיוון המישור, ונבדוק מי יותר גדול - a , התאוצה שהכוח גורם, או αR , התאוצה כתוצאה מסיבוב בנקודת המגע.

נכתוב משוואת כוחות ומומנט בהשפעת הכוח F בלבד

$$\sum F = F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m}$$

$$\sum \tau = Fh = I_{cm} \alpha \rightarrow \alpha = \frac{Fh}{I_{cm}} \rightarrow R\alpha = \frac{FhR}{I_{cm}}$$

עכשיו נכתוב את אי השוויון (אם הוא יתקיים, נקודת המגע תשאף להחליק לכיוון התאוצה הקווית, ולכן החיכוך יהיה בניגוד לכיוון הכוח)

$$a >? \alpha R$$

$$\frac{F}{m} >? \frac{FhR}{I_{cm}}$$

$$\frac{1}{m} >? \frac{hR}{I_{cm}}$$

כמובן שאי השוויון הנ"ל תלוי במומנט ההתמד של הגוף I_{cm} ובגובה שבו הכוח מופעל h (המסה תצטמצם בהצבת מומנט ההתמד). ניקח לדוגמא מומנט התמד של גליל מלא $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$ ונקבל

$$\frac{1}{m} >? \frac{hR}{\frac{1}{2}mR^2}$$

$$1 >? \frac{2h}{R}$$

$$R >? 2h$$

כלומר התנאי שהנקודה התחתונה תשאף לנוע ימינה, וכתוצאה מכך שהחיכוך הסטטי יפעל שמאלה הוא שרדיוס הגליל המלא יהיה גדול מפעמיים הגובה בו מופעל הכוח ביחס למרכז המסה. המשמעות היא שאם הכוח פועל בנקודה העליונה ביותר בגליל, אי השוויון יהיה הפוך, כלומר שנקודת המגע תשאף שמאלה ולכן החיכוך הסטטי יפעל ימינה.

הנחת החשבון היא שהכוח פועל מעל למרכז המסה (דרכו עובר צריך הסיבוב). אם הכוח היה פועל מתחת לציר הסיבוב (גם ימינה וגם שמאלה), לא היה קונפליקט בין כיוון התאוצה כתוצאה מתנועה קווית וסיבובית, שתיהן היו לאותו הכיוון ועל כן החיכוך הסטטי היה בכיוון המנוגד.

ניתן לראות זאת גם מתוך המשוואות כאשר מוסיפים סימן של מינוס לגובה h (המומנט מקבל סימן של מינוס) ואז אי השוויון שמופיע מעלה מתקיים לכל h שלילי.

דוגמא שנייה

הדוגמא האחרונה לא מתארת את המקרה הכללי ביותר. במציאות ניתן לחשוב על מערכת שבה פועלים מספר כוחות חיצוניים אשר כל אחד מייצר מומנט אחר. דוגמא נוספת אותה ננתח עכשיו היא מקרה בו פועל מומנט בלי שברור איזה כוח בדיוק יוצר אותו. לדוגמא בסיבוב גלגל של רכב ישנו גל (מוט), אשר מחובר למנוע ולגלגל. המוט הזה מפעיל מומנט על הגלגל ומסובב אותו. עם זאת המוט לא מפעיל כל כוח קווי על הגלגל. במקרה זה נרשום את המשוואות ללא חיכוך:

$$\sum F = 0$$

$$\sum \tau = M = I_{cm} \alpha$$

כאשר M , הוא מומנט הכוח שהמנוע מפעיל על הגלגל. במצב זה אין "תחרות" בין שני גורמים המנסים ליצור החלקה. לפיכך הכיוון בו תיווצר המהירות היחסית בין המשטחים בהיעדר חיכוך מאוד ברור, ולכן גם כיוון החיכוך. אפשרות פשוטה אפילו יותר היא להסתכל על משוואת הכוחות עם החיכוך, ולהבין שמאחר והוא הכוח היחיד שפועל, אזי החיכוך חייב להיות בכיוון התנועה:

$$\sum F = f_s = ma$$

$$\sum \tau = M - f_s R = I_{cm} \alpha$$

מקרה כללי

באופן כללי יותר הדרך להבין מה כיוונו של כוח החיכוך בגלגול ללא החלקה היא לחזור על הרציונל שהופיע בשתי הדוגמאות. ראשית רושמים את משוואת הכוחות ללא חיכוך, ובודקים לאיזה כיוון המהירות היחסית בין המשטחים. **כוח החיכוך ייווצר בכיוון כזה שימנע את המהירות היחסית.** לאחר מכן ניתן לרשום את המשוואות המלאות בתופת חיכוך.

ניתן לחשוב על כל העניין של "כיבוי" החיכוך כעל לקיחת הגבול $\mu \rightarrow 0$, ודרישה לקבל התנהגות רציפה בגבול זה.