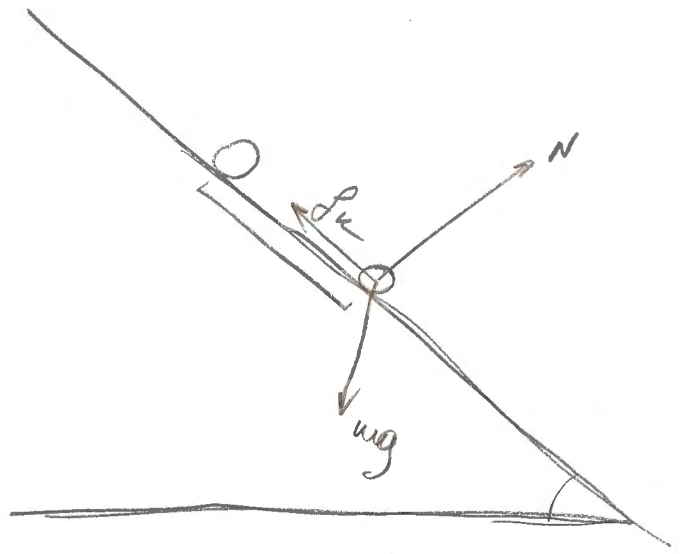


בתחילה מסופר על כך שהגליל מחליק מרחק L

ז"א אנו יכולים לחשב את המהירות שלו. לאחר שעבר מרחק L.

$$\frac{1}{2}mV^2 = mgL\sin\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$V = \sqrt{2Lg\sin\alpha}$$

כעת אנו רוצים לדעת מה המרחק שיעבור אותו גליל עד שיגיע לגלגול טהור.

ז"א בתחילה יש לו גם החלקה ובסוף יש לו גלגול ללא החלקה.

נסתכל על כוחות:

$$\Downarrow$$

$$mg\sin\alpha - f_k = ma$$

$$f_k R = I\alpha$$

מומנטים

בסוף התהליך - ז"א כאשר הגליל מתגלגל ללא החלקה

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

$$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$$

$$\Downarrow$$

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$\alpha = \frac{2\mu g\cos\alpha}{R} \Leftarrow \alpha = \frac{2\mu \cancel{m} g\cos\alpha \cdot R}{\cancel{m}R^2}$$

בסוף התאוצה

$$a = \alpha \cdot R \longrightarrow$$ בגלגול ללא החלקה

נעבור במסגרת תאוצה;

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \longrightarrow$$ המהירויות התקופתיות של הגלגול קטנו.

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} V_f = V_i - a\Delta t \\ \omega_f = \omega_i + \alpha \cdot \Delta t \end{cases}$$

$$V_f = V_i - g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cdot t$$

$$\omega_f = 0 + \frac{2\mu g\cos\alpha \cdot t}{R}$$

$$V_f = \omega_f \cdot R$$

$$\sqrt{2Lg\sin\alpha} - g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)t = 2\mu g\cos\alpha \cdot t$$

$$t = \frac{\sqrt{2Lg\sin\alpha}}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + 2\mu g\cos\alpha}$$

$$t = \frac{\sqrt{2Lg\sin\alpha}}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

$$V_f = \sqrt{2Lg\sin\alpha}\left(1 - \frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}\right) = \frac{2\mu\cos\alpha \cdot \sqrt{2Lg\sin\alpha}}{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

שני כדורים מחוברים

התנע הזוויתי והתנע הקווי נשמרים. מכיוון שזו התנגשות אלסטית גם האנרגיה נשמרת. בקשר לתנע הקווי, בגוף קשיח מתייחסים לתנע הקווי של מרכז המסה. בנוסף, מכיוון שהמפגש הוא על ציר x, נניח שמרכז המסה נע גם כן רק בציר x. נבחר כציר עבור התנע הזוויתי את מרכז המסה של המוט, וביחס לציר זה המרחק האופקי של הגוף השלישי לפני ההתנגשות הוא $\frac{L}{2\sqrt{2}}$. נסמן את מהירות מרכז המסה ב v_{cm}, ואת מהירות הגוף הנוסף לאחר ההתנגשות בu. נקבל שלוש משוואות (תנע, תנע זוויתי ואנרגיה בהתאמה):

$$mv_0 = mu + 2mv_{cm} \tag{1}$$

$$mv_0\frac{L}{2\sqrt{2}} = mu\frac{L}{2\sqrt{2}} + I\omega \tag{2}$$

$$m\frac{v_0^2}{2} = m\frac{u^2}{2} + 2m\frac{v_{cm}^2}{2} + I\frac{\omega^2}{2} \tag{3}$$

נשתמש במשוואת התנע הקווי (1) על מנת לבטא את u:

$$u = v_0 - 2v_{cm}$$

נציב את זה בביטויים של התנע הזוויתי והאנרגיה (תוך כדי סידור קל של האלגברה):

$$v_0 = (v_0 - 2v_{cm}) + \frac{2\sqrt{2}}{mL}I\omega$$
$$v_0^2 = (v_0 - 2v_{cm})^2 + 2v_{cm}^2 + \frac{I}{m}\omega^2$$

עוד קצת ארגון אלגברי יתן:

$$v_{cm} = \frac{\sqrt{2}I}{mL}\omega$$
$$0 = 6v_{cm}^2 - 4v_{cm}v_0 + \frac{I}{m}\omega^2$$

ועכשיו ניתן להציב את המהירות הזוויתית מהמשוואה הראשונה בשניה לקבלת:

$$6v_{cm}^2 - 4v_{cm}v_0 + \frac{I}{m}\left(\frac{mL}{\sqrt{2}I}v_{cm}\right)^2 = 0$$
$$v_{cm}\left(6v_{cm} + \frac{mL^2}{2I}v_{cm} - 4v_0\right) = 0$$

מומנט ההתמד של שני כדורים זהים במרחק L ביחס למרכז המסה שלהם הוא:

$$I = m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}mL^2$$

נציב את זה בביטוי שקיבלנו למהירות מרכז המסה:

$$v_{cm}\left(6v_{cm} + \frac{mL^2}{2\cdot\frac{1}{2}mL^2}v_{cm} - 4v_0\right) = v_{cm}(7v_{cm} - 4v_0) = 0$$

מה שמשאיר שתי פתרונות. אחד הוא שמרכז המסה לא זז, והכדור נשאר במהירותו ההתחלתית, כלומר הוא בעצם חולף דרך הכדורים המחוברים. האופציה השניה (שבאמת מתארת התנגשות) היא ש:

$$v_{cm} = \frac{4}{7}v_0$$
$$\omega = \frac{mL}{\sqrt{2}I}v_{cm} = \frac{mL}{\sqrt{2}\frac{1}{2}mL^2}v_{cm} = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{v_{cm}}{L} = \frac{4}{7\sqrt{2}}\frac{v_0}{L}$$
$$u = v_0 - 2v_{cm} = v_0 - 2\cdot\frac{4}{7}v_0 = -\frac{1}{7}v_0$$

Parameters:

$L = 2[m]$,$m_1 = 5[kg]$,$m_2 = 0.01[kg]$,$v = 400[m/s]$,$x = 0.1[m]$

a. Conservation on angular momenta around the rod's axis (The gravity is parallel to the displacement vector):

$$L_z = (L - x)m_2 v \sin(90) = I\omega \tag{1}$$

The moment of inertia of the rod and the bullet is:

$$I = \frac{m_1 L^2}{12} + m_1(\frac{L}{2})^2 + m_2(L - x)^2 \tag{2}$$

So the angular velocity after the collision:

$$\omega = \frac{(L - x)m_2 v \sin(90)}{\frac{m_1 L^2}{12} + m_1(\frac{L}{2})^2 + m_2(L - x)^2} \tag{3}$$

b. The distance between the axis and the center of mass:

$$L_{cm} = \frac{m_1 \frac{L}{2} + m_2(L - x)}{m_1 + m_2} \tag{4}$$

Using conservation of energy:

$$\frac{I\omega^2}{2} = (m_1 + m_2)gL_{cm}(1 - \cos\varphi) \tag{5}$$

$$(1 - \cos\varphi) = \frac{I\omega^2}{2g(m_1 \frac{L}{2} + m_2(L - x))} \tag{6}$$

$$\varphi = \cos^{-1}(1 - \frac{I\omega^2}{2g(m_1 \frac{L}{2} + m_2(L - x))}) \tag{7}$$

קליפה וגלגלת

בדרך כלל (אבל ממש לא תמיד), אם שאלות מבקשות תאוצה, צריך לחשב כוחות. ואם הן מבקשות מהירות, הדרך היא אנרגיה. אם נקבע את גובה היחוס במיקום העכשווי של הקופסא הירוקה, אז בתחילת התנועה האנרגיה היא אפס. מכיוון שצירי הגלגלות לא זזים, הגלגלות אינן מבצעות עבודה (על אף שהן מפעילות כוח). אם כך האנרגיה אחרי גובה h צריכה להיות זהה לאנרגיה בתחילה, 0.

$$0 = -m_2gh + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2$$

העניין הוא שמכיוון שאין החלקה בגלגלות, יש קשר בין מהירותן הזוויתית לבין מהירות החבל:

$$\omega_1 \cdot R = v_2$$

וגם:

$$\omega_2 \cdot r_2 = v_2$$

לכן נוכל לרשום את משוואת שימור האנרגיה כך:

$$\begin{aligned} 2m_2gh &= m_2v_2^2 + I_1\left(\frac{v_2}{R}\right)^2 + I_2\left(\frac{v_2}{r_2}\right)^2 \\ 2gh &= v_2^2 + \frac{I_1}{m_2R^2}v_2^2 + \frac{I_2}{m_2r_2^2}v_2^2 \\ v_2^2 &= \frac{2gh}{1 + \frac{I_1}{m_2R^2} + \frac{I_2}{m_2r_2^2}} \end{aligned}$$

בשביל התאוצה, נצטרך לחשב כוחות ומומנטים. נסמן את החבל האנכי בT_2, ואת החבל האופקי בT_1. נרשום את החוק השני של ניוטון לשלושת הגופים. על הגוף הירוק נקבל:

$$m_2g - T_2 = m_2a_2$$

על הגלגלת הכחולה נחשב מומנטים, ונקבל:

$$T_2r_2 - T_1r_2 = I_2\alpha_2$$

ועל הקליפה האפורה:

$$T_1R = I_1\alpha_1$$

מכיוון שאין החלקה, והקשר בין המהירויות שמצאנו קודם נשמר תמיד, ניתן לגזור אותו ולקבל קשר בין התאוצות הזוויתיות לקוויות:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{a_2}{R} \\ \alpha_2 &= \frac{a_2}{r_2} \end{aligned}$$

כך שסט המשוואות שקיבלנו מהחוק השני הוא:

$$\begin{aligned} m_2g - T_2 &= m_2a_2 \\ T_2r_2 - T_1r_2 &= I_2\frac{a_2}{r_2} \\ T_1R &= I_1\frac{a_2}{R} \end{aligned}$$

קצת סדר באלגברה:

$$m_2g - T_2 = m_2a_2 \tag{1}$$
$$T_2 - T_1 = I_2\frac{a_2}{r_2^2} \tag{2}$$
$$T_1 = I_1\frac{a_2}{R^2} \tag{3}$$

ועכשיו נחבר את שלושת המשוואות יחד:

$$m_2g - T_2 + T_2 - T_1 + T_1 = m_2a_2 + \frac{I_2}{r_2^2}a_2 + \frac{I_1}{R^2}a_2$$
$$a_2 = \frac{g}{1 + \frac{I_2}{m_2r_2^2} + \frac{I_1}{m_2R^2}}$$

וזו התאוצה. שימו לב שאם לגלגלות לא הייתה מסה, היינו מקבלים שהגוף נופל בתאוצה הכובד, אבל מכיוון שיש להן מסה הוא נופל לאט יותר.

בקשר למתיחויות, פשוט צריך לעבוד עם סט המשוואות שכבר היה לנו. המתיחות בחבל האופקי ניתנת על ידי משוואה (3)

$$T_1 = \frac{I_1}{R^2}a_2 = \frac{I_1}{R^2}\frac{g}{1 + \frac{I_2}{m_2r_2^2} + \frac{I_1}{m_2R^2}}$$

והחבל האנכי ממשוואה (1)

$$T_2 = m_2g - m_2a_2 = m_2g - \frac{m_2g}{1 + \frac{I_2}{m_2r_2^2} + \frac{I_1}{m_2R^2}} = \frac{m_2g\left(\frac{I_2}{m_2r_2^2} + \frac{I_1}{m_2R^2}\right)}{1 + \frac{I_2}{m_2r_2^2} + \frac{I_1}{m_2R^2}}$$

בקשר למומנטי ההתמד, מומנט ההתמד של הקליפה הוא:

$$I_1 = \frac{2}{3}m_1R^2$$

ואת מומנט ההתמד של הגלגלת נחבר מספר מומנטי התמד של דיסקאות:

$$I_2 = \frac{1}{2}m_3r_3^2 + \frac{1}{2}m_3r_3^2 + \frac{1}{2}m_3r_2^2$$

נחשב את המהירות שחייבת להיות לכדור בהגיעו לשיא הגובה על מנת שישלים סיבוב. נעשה זאת באמצעות שיקולי כוחות. בנקודת שיא הגובה:

$$\sum F_y = 0 = m\frac{v^2}{R} - mg - N \rightarrow N = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

סיבוב שלם יושלם אם בנקודה הזו הנורמאל יהיה גדול מאפס, ולכן:

$$N = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right) > 0 \rightarrow v^2 > gR$$

כעת, נחפש גובה שחרור שיניב מהירות שכזו בנקודה הקריטית. שיקולי שימור אנרגיה נותנים:

$$mgH = mg2R + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

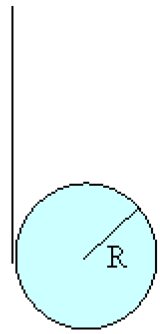
נשתמש בעובדה שאין החלקה כך ש- $\omega = v/r$ ונציב את מומנט ההתמד הנתון בבעיה:

$$mgH = 2mgR + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right) = 2mgR + \frac{7}{10}mv^2$$

נבודד את המהירות ונדרוש את התנאי שקיבלנו מקודם:

$$v^2 = \frac{10g}{7}\left(H - 2R\right) > gR \rightarrow \boxed{H > \frac{27}{10}R}$$

פתרון תרגיל 6409 1:



משוואת כוחות:

$$\sum F_y = ma = mg - T$$

משוואת מומנטים סביב מרכז המסה (נבחר את כיוון השעון ככיוון חיובי):

$$\sum \tau = I\alpha = TR$$

נפתור שתי משוואות בשני נעלמים, יחד עם הקשר $a = \alpha R$ הנובע מהעובדה שהיויו מתגלגל ללא החלקה ונקבל לבסוף:

$$\boxed{T = \frac{mgI}{I + mR^2} ; a = \frac{mgR^2}{I + mR^2}}$$

רצ'ט

קודם כל נתאר את כלל הכוחות בבעיה. על המוט פועלים:

- כוח הכובד ממרכז המוט כלפי מטה.
- הכוח שנובע מהציר המקובע למוט מימין למעלה. גודלו וכיוונו לא ידועים.
- כוח הנורמל בנקודה המגע עם הדיסקה, כלפי מעלה.
- כוח החיכוך עם הדיסקה. אם הדיסקה נעה ימינה, הוא פועל ימינה ולהפך.

על הדיסקה פועלים:

- כוח הכובד ממרכז הדיסקה.
- הכוח הנובע מהציר במרכז הדיסקה.
- כוח הנורמל בנקודת המגע עם המוט, כלפי מטה.
- כוח החיכוך בנקודת המגע עם המוט, פועל באופן מנוגד לחיכוך שפועל על המוט. אם הדיסקה נעה ימינה הוא פועל שמאלה ולהפך.

נוכל למצוא את גודל כוח החיכוך בעזרת חישובי מומנט על המוט בלבד. המוט לא זז ולא מסתובב, ולכן סכום הכוחות וגם סכום המומנטים עליו מתאפס. הכי נוח יהיה לחשב את המומנטים ביחס לציר הסיבוב, מכיוון שזה יחסוך לנו את הבירור לגבי הכוח שהציר עצמו מפעיל. זה משאיר שלושה כוחות שמפעילים מומנטים. נשים לפני כוח החיכוך סימן $\pm$, וכך נבצע את שתי האפשרויות במכה (שהחיכוך שמאלה או ימינה).

$$
\begin{aligned}
\sum \tau &= 0 \\
\sum \tau &= Nl\sin\theta - mg\frac{l}{2}\sin\theta \pm fl\cos\theta = 0 \\
f &= \mu N \\
0 &= N - \frac{mg}{2} \pm \mu N\cot\theta = 0 \\
mg &= 2N\left(1 \pm \mu\cot\theta\right) \\
N &= \frac{mg}{2 \pm 2\mu\cot\theta} \\
f = \mu N &= \frac{\mu mg}{2 \pm 2\mu\cot\theta}
\end{aligned}
$$

אחרי כל הסיפור הזה, יש לנו את גודל כוח החיכוך, עבור שתי האפשרויות (ימינה ושמאלה). נחשב את התאוצה הזוויתית של הדיסקה. אם נבחר כציר את ציר הסיבוב של הדיסקה, ישאר רק מומנט אחד. המומנט של הציר ושל הכובד מתאפסים מכיוון שמרחקם מהציר אפסי, והמומנט של הנורמל מתאפס מכיוון שהוא בכיוון הרדיאלי. רק החיכוך מפעיל מומנט. אם כך, משוואת התאוצה הזוויתית פשוטה למדי:

$$
\begin{aligned}
\sum \tau &= I\alpha \\
\pm fR &= I\alpha \\
\alpha &= \pm\frac{fR}{I}
\end{aligned}
$$

עכשיו אנחנו צריכים לשאול את עצמנו מה הקשר בין תאוצה לבין זמן העצירה. על פי הגדרה, השינוי במהירות הסיבובית הוא התאוצה הסיבובית, ובמקרה של תאוצה קבועה המהירות הזוויתית מקבלת ביטוי פשוט. בעזרתו ניתן להביע את זמן העצירה:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = 0$$
$$t = \frac{-\omega_0}{\alpha} = \frac{-\omega_0}{\pm\frac{fR}{I}}$$

בהנחה שהמהירויות ההתחלתיות שמאלה וימינה היו זהות (אבל עם סימנים מנוגדים), היחס הוא פשוט:

$$\frac{t_+}{t_-} = \frac{\frac{\omega_0}{\frac{f_+R}{I}}}{\frac{\omega_0}{\frac{f_-R}{I}}} = \frac{f_-}{f_+} =$$
$$= \frac{\frac{\mu mg}{2-2\mu\cot\theta}}{\frac{\mu mg}{2+2\mu\cot\theta}} = \frac{1+\mu\cot\theta}{1-\mu\cot\theta} = \frac{\tan\theta+\mu}{\tan\theta-\mu}$$

כשהפעולה האחרונה של המרת הקוטנגנס לטנגנס נעשתה רק כדי שמי שקיבל פתרון עם טנגנס ידע שגם הוא נכון.

התוצאה שקיבלנו חסרת יחידות, כנאה ליחסים. אופן הפתרון היה כזה: מצאנו את כוח החיכוך משיקולי סטטיקה של המוט, ואז חישבנו את השינוי בתאוצה של הגוף התחתון. השינוי בתאוצה הופכי לשינוי בזמן.

מסות על גלגלת

נרשום את משוואות התאוצה הקווית של שני הגופים:

$$M_2a_2=T_2-M_2g$$
$$M_1a_1=T_1-M_1g$$

בנוסף, יש לנו את משוואת התנועה המעגלית:

$$I\alpha=T_2r_2-T_1r_1$$

עכשיו נוסיף את תנאי חוסר ההחלקה:

$$a_1=-\alpha r_1$$
$$a_2=\alpha r_2$$

נבודד את הTים מהמשוואה הראשונה:

$$T_2=M_2(a_2+g)=M_2(\alpha r_2+g)$$
$$T_1=M_1(a_1+g)=M_1(-\alpha r_1+g)$$

ונציב במשוואת התנועה המעגלית:

$$I\alpha=T_2r_2-T_1r_1=M_2r_2^2\alpha+M_2r_2g+M_1r_1^2\alpha-M_1r_1g$$
$$(I-M_2r_2^2-M_1r_1^2)\alpha=(M_2r_2-M_1r_1)g$$

א. נשווה את אלפה לאפס ונקבל:

$$0=(M_2r_2-M_1r_1)$$
$$\frac{M_2}{M_1}=\frac{r_1}{r_2}$$

כמובן שמשוואה זו היא פשוט השוואת סך המומנטים לאפס, וניתן היה להגיע אליה ישירות, אבל כבר חישבנו את אלפה באופן כללי אז למה לא להשתמש בזה.

ב. אם, ורק אם (ולא, זה לא מובן מאליו)

$$(I-M_2r_2^2-M_1r_1^2)\neq 0$$

ניתן לחלק בגורם זה ולקבל :

$$\alpha=\frac{(M_2r_2-M_1r_1)}{(I-M_2r_2^2-M_1r_1^2)}g$$

והתאוצות הן:

$$a_1=-\alpha r_1=-\frac{(M_2r_2-M_1r_1)}{(I-M_2r_2^2-M_1r_1^2)}gr_1$$
$$a_2=\frac{(M_2r_2-M_1r_1)}{(I-M_2r_2^2-M_1r_1^2)}gr_2$$

כאשר בכל האיזכורים שלו עד כאן I שווה ל:

$$I=\frac{m_1r_1^2}{2}+\frac{m_2r_2^2}{2}$$

ואל תבלבלו בבקשה בין m קטנה לM גדולה.

אספקת חמצן

לכל אורך התנועה, אין כוחות או מומנטים חיצוניים, ולכן התנע הקווי והתנע הזוויתי נשמרים. נקבע את נקודת היחוס שלנו למרכז המסה של מערכת שתי החלליות המחוברות. על מנת למצוא את התנע הזוויתי לפני המפגש ביחס לנקודה זו, צריך למצוא את המרחק האופקי בין נקודה זו לחללית. נחשב את מרחק מרכז המסה מהחללית בעת המפגש:

$$X_cm = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i} = \frac{m_2 D}{m_1 + m_2}$$

עכשיו נחשב את התנע הזוויתי ביחס למרכז המסה לפני המפגש:

$$L_i = m_1 v \frac{m_2 D}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2 v D}{m_1 + m_2}$$

מכיוון שהתנע הזוויתי נשמר, זה שווה לתנע הזוויתי של אחרי המפגש:

$$L_f = I\omega = L_i$$

$$\omega = \frac{L_i}{I} = \frac{m_1 m_2 v D}{(m_1 + m_2) I}$$

צריך לחשב את מומנט ההתמד של שתי המסות ביחס למרכז המסה:

$$I = \sum m_i r_i^2 = m_1 \left(\frac{m_2 D}{m_1 + m_2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{m_1 D}{m_1 + m_2}\right)^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} D^2$$

ונציב את זה בביטוי למהירות הזוויתית:

$$\omega = \frac{m_1 m_2 v D}{(m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} D^2\right)} = \frac{v}{D}$$

עכשיו שואלים האם אנרגיה נשמרה. לפני המפגש הייתה אנרגיה קינטית קווית בלבד:

$$E_i = \frac{m_1 v^2}{2}$$

עכשיו יש אנרגיה קווית של מרכז המסה ואנרגיה סיבובית של הסיבוב סביב מרכז המסה. נחשב קודם כל את מהירות מרכז המסה משיקולי שימור תנע קווי:

$$p_f = (m_1 + m_2) v_{cm} = p_i = m_1 v$$

$$v_{cm} = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}$$

ועכשיו נוכל למצוא את האנרגיה:

$$\begin{aligned}
E_f &= \frac{I\omega^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2) v_{cm}^2}{2} \\
&= \frac{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} D^2 \omega^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 v}{m_1 + m_2}\right)^2}{2} \\
&= \frac{m_1 m_2 D^2 \left(\frac{v}{D}\right)^2}{2(m_1 + m_2)} + \frac{m_1^2 v^2}{2\,(m_1 + m_2)} \\
&= \frac{m_1 (m_2 + m_1) v^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 v^2}{2} = E_i
\end{aligned}$$

כלומר ראינו שהאנרגיה נשמרה בהתנגשות.

עכשיו מושכים את מוט התדלוק לתוך חללית המחקר ומקצרים את המרחק ל $\frac{D}{2}$. מכיוון שהכוחות שמבצעים את זה הם פנימיים, הם אינם יכולים לשנות את התנע הזוויתי של המערכת. אם התנע הזוויתי נשמר, אז ההבדל במהירות הזוויתית נובע מהשינוי בI. נסמן בI_2 את מומנט ההתמד החדש:

$$I_2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} I$$

לכן המהירות הזוויתית:

$$I\omega = I_2 \omega_2$$

$$\omega_2 = fracII_2\omega = 4\omega$$

המהירות הזוויתית גדלה פי ארבע.

כדי לבדוק כמה אנרגיה היה צריך להשפיע, נחסר מהאנרגיה אחרי הכיווץ את האנרגיה לפני:

$$\begin{aligned} W = \Delta E &= \left[\frac{(m_1 + m_2)v_{cm}^2}{2} + \frac{I_2\omega_2^2}{2}\right[- \left[\frac{(m_1 + m_2)v_{cm}^2}{2} + \frac{I\omega}{2}\right] \\ &= \frac{I_2\omega_2^2 - I\omega^2}{2} = \frac{\frac{1}{4}I(4\omega)^2 - I\omega^2}{2} = \frac{4-1}{2} I\omega^2 \\ &= \frac{3}{2} I\omega^2 = 3\frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)} \end{aligned}$$

שימו לב שקיבלנו שהיה צריך להשקיע אנרגיה חיובית. זה אומר שהיה קשה לבצע את זה. עכשיו נסו לדמיין עצמכם בחללית, מחוברים לחללית אחרת בעודכם מסתובבים כגוף אחד. מה יותר קשה, למשוך את החללית האחרת אליכם או לשחרר את המוט ולהרחיק את החללית האחרת?

1_6600

$m = 30$ kg $M = 100$ kg $I = 150$ kg·m²

$\tilde{m} = 1$ kg $R = 2$ m

$V = 12$ m/s $\theta = 37°$

ג) $J_i = \tilde{m} V_\perp R = \tilde{m} V \cos 37 R$

$J_f = (I + mR^2)\omega$

$J_i = J_f \Rightarrow (I + mR^2)\omega = \tilde{m} V \cos\theta R$

$$\omega = \frac{\tilde{m} V \cos\theta R}{I + mR^2} = \frac{1 \cdot 12 \cdot \cos 37 \cdot 2}{150 + 30 \cdot 4} = 0.07 \ \frac{rad}{sec}$$

ד) $V = \omega R = 0.14$ m/s