תרגיל:

אדם שמסתו $70kg$ עומד על מאזניים בתוך מעלית.

1) מה יראו המאזניים כאשר המעלית במנוחה?

2) כאשר המעלית עולה במהירות קבועה של $5\frac{m}{sec}$?

3) עולה בתאוצה קבועה של $5\frac{m}{sec^2}$?

4) יורדת בתאוצה קבועה של $5\frac{m}{sec^2}$?

5) יורדת בתאוצה קבועה של g?

פתרון:

* המאזניים מודדים את הכוח שאותו אדם מפעיל על הרצפה, כלומר המאזניים מודדות את הכוח הנורמלי

* הכוחות הפועלים על אותו אדם הם כוח המשיכה והכוח הנורמלי ולכן לפי החוק השני נקבל:

$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g+a)$$

1) $a=0$ ולכן $N=mg=700N$

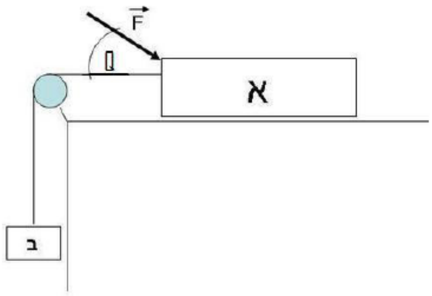
2) כנ"ל

3) $a=5\frac{m}{sec^2}$ ולכן $N=m(10+5)=1050N > mg$.

4) $a=-5\frac{m}{sec^2}$ ולכן $N=m(10-5)=350N < mg$

5) $a=-g$ ולכן $N=m(g-g)=0$ מצב של חוסר משקל.

Solution, Prob. 1 3201



a. Choosing the positive direction of the *x* axis to the left, we have for mass A:

$$\sum F_x^{(A)} = 0 = m_B g - F\cos\theta + f_s$$

Notice that the static friction was selected as positive. Its direction is actually determined by the competition between the other forces in the problem, such that-

$$\boxed{f_s = F\cos\theta - m_B g}$$

may be positive (friction pointing to the left) or negative (friction pointing to the right).

b. We now demand that the friction is indeed in the static regime:

$$-\mu N \le F\cos\theta - m_B g \le \mu N$$

$$\boxed{\frac{m_B + \mu m_A}{\cos\theta - \mu\cos\theta} g \ge F \ge \frac{m_B - \mu m_A}{\cos\theta + \mu\cos\theta} g}$$

Where here we substituted $N = m_A g + F\sin\theta$ from the *y* axis equation.

CHECK UNITS AND LIMITING CASES!!

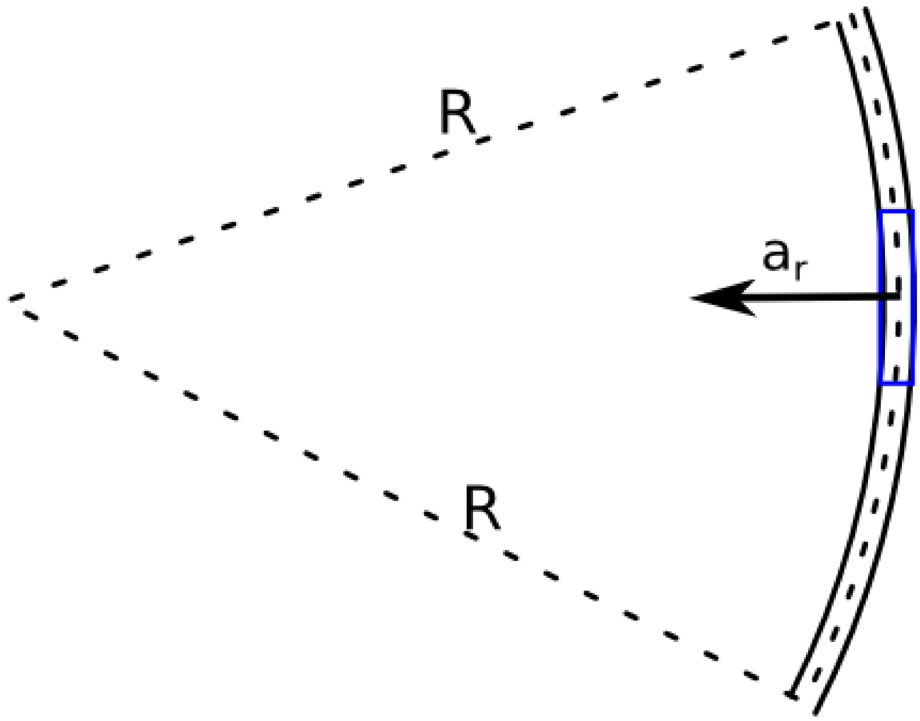
c. We now consider the case where $F = 0$. Newton's law states:

$$\sum F_x^{(A)} = m_A a = m_B g - f_k$$

$$\boxed{a = \left(\frac{m_B}{m_A} - \mu\right) g}$$

Where here we substituted $f_k = \mu m_A g$.

1. נשרטט את העיקול שעליו נוסעת הרכבת:



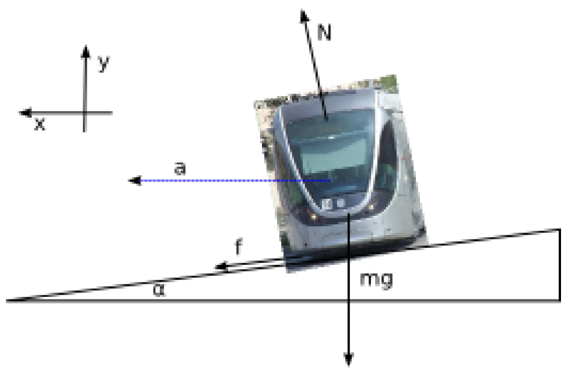
האות R מסמלת את רדיוס הסיבוב. התאוצה היא התאוצה הרדיאלית. על מנת שהיא תפחת מ0.05g , נדרוש:

$$\frac{V^2}{R} \le 0.05g$$

$$R \ge \frac{V^2}{0.05g}$$

$$R \ge \frac{\left(310\frac{KM}{H}\cdot\frac{1\frac{m}{s}}{3.6\frac{KM}{H}}\right)^2}{0.05\cdot 9.8\frac{m}{s^2}} \approx 15km$$

2. נכין תרשים כוחות:



כאשר בכחול מקוקוו התאוצה הרדיאלית של הרכבת. יש לשים לב שסימנו את החיכוך פועל לכיוון מטה, אבל אנחנו עוד לא יודעים את כיוונו (זה תלוי בזווית), ולכן נרשום בהמשך שסימן החיכוך המקסימלי הוא פלוס/מינוס.

נרשום את משוואות הכוחות עבור הצירים x ו y:

$$\begin{cases} \sum F_y = N\cos\alpha - mg - f\sin\alpha & = 0 \\ \sum F_x = N\sin\alpha + f\cos\alpha & = ma_r = m\frac{V^2}{R} \end{cases}$$

נציב את החיכוך המקסימלי, ונוציא את הקוסינוס כמכנה משותף:

$$\begin{cases} N\cos\alpha(1\pm\mu\tan\alpha)=mg \\ N\cos\alpha(\pm\mu+\tan\alpha)=m\frac{V^2}{R} \end{cases}$$

נחלק את המשוואות:

$$\frac{(1\pm\mu\tan\alpha)}{\pm\mu+\tan\alpha}=\frac{g}{\frac{V^2}{R}}$$

כפל שני הצדדים במכנה של צד שמאל, וקיבוץ איברים, ייתן לנו:

$$\tan\alpha=\frac{\frac{V^2}{gR}\mp\mu}{1\pm\mu\frac{V^2}{gR}}$$

נציב את הנתונים, כשR הוא 3000 מטרים, המהירות כ86 מטר לשניה, מקדם החיכוך 0.6, וכמובן תאוצת הכובד g היא 9.8 מטר לשנייה בריבוע:

$$\tan\alpha_1=\frac{\frac{86.111^2}{9.8\cdot3000}-0.6}{1+0.6\frac{86.111^2}{9.8\cdot3000}}\approx-0.31$$

$$\tan\alpha_2=\frac{\frac{86.111^2}{9.8\cdot3000}+0.6}{1-0.6\frac{86.111^2}{9.8\cdot3000}}\approx1.00$$

תחום הזוויות הזה מאפשר נסיעה של הרכבת בלי החלקה לצדדים. למעשה, הזווית 0 גם נכללת בתחום הזה. לכן אין צורך בזווית עם מקדם חיכוך כזה גבוה. (מומלץ לבדוק האם במצב של זווית 0 החיכוך מספיק על מנת לגרום לתנועה המעגלית).

$\boxed{10-1-064}$

$\square$ x: $N_1 \cos\alpha - f_k = M a_1$

y: $N_2 - Mg - N_1 \sin\alpha = 0 \qquad N_2 = Mg + N_1 \sin\alpha$

∇: $mg - 2N_1 \sin\alpha = m a_2$

$\Rightarrow a_1 = a_2 \operatorname{tg}\alpha$ - נסתכל על נקודת מגע בין גופים

$N_1 \cos\alpha - \mu(Mg + N_1 \sin\alpha) = M a_1$

$N_1(\cos\alpha - \mu \sin\alpha) - \mu Mg = M a_1$

$2N_1 \sin\alpha = -m a_2 + mg$

$N_1 = \dfrac{mg}{2\sin\alpha} - \dfrac{m a_2}{2\sin\alpha} = \dfrac{mg}{2\sin\alpha} - \dfrac{m a_1 \operatorname{ctg}\alpha}{2\sin\alpha}$

$\dfrac{mg}{2\sin\alpha}(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - \dfrac{m a_1 \operatorname{ctg}\alpha}{2\sin\alpha}(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - \mu Mg = M a_1$

$2\cdot/ \quad \dfrac{mg}{2}\operatorname{ctg}\alpha - \mu\dfrac{mg}{2} - \mu Mg = \cancel{Ma_1} \; a_1\left(M + \dfrac{m}{2}\operatorname{ctg}^2\alpha - \mu\dfrac{m}{2}\operatorname{ctg}\alpha\right)$

$a_1 = \dfrac{m\operatorname{ctg}\alpha - \mu(m+2M)}{2M + m\operatorname{ctg}^2\alpha - \mu m \operatorname{ctg}\alpha}\, g$

Forces on *m*:

$$\begin{cases} \sum F_x^{(m)} = ma = F - f_s - mg\sin\alpha \\ \sum F_y^{(m)} = 0 = N_{m-M} - mg\cos\alpha \end{cases}$$

Forces on *M*:

$$\begin{cases} \sum F_x^{(M)} = Ma = f_s - f_k - Mg\sin\alpha \\ \sum F_y^{(M)} = 0 = N_{surface} - N_{m-M} - Mg\cos\alpha \end{cases}$$

And in addition it is known that $f_k = \mu_k N_{surface}$. Solve for f_s and demand the condition $f_s \le \mu_s N_{m-M}$ to get-

$$\boxed{F \le F_{\max} = \left(\frac{m}{M} + 1\right) mg\cos\alpha \left(\mu_s - \mu_k\right)}$$