

תרגול #4 - כוחות (נורמל, חיכוך, מדומה)

8 באפריל 2013

רקע תיאורטי

כוח נורמלי

כח שמפעיל משטח בתגובה לכח שמופעל עליו.

כוח חיכוך

חיכוך הוא כוח הפועל בין שני גופים הנמצאים במגע ומופעל על ידי גוף אחד הדוחף או מושך את הגוף איתו הוא בא במגע. כח זה תמיד מנוגד בכיוונו לכוח הדחיפה/משיכה (במקרה של חיכוך סטטי) או לכיוון תנועת הגוף (במקרה של חיכוך קינטי).
כח החיכוך **אינו משמר**, כלומר במערכת בה יש חיכוך אין שימור אנרגיה, והעבודה שכוח החיכוך עושה הופכת לחום או לשינוי צורה של המשטח.
מבדילים בין כמה סוגים שונים של חיכוך:

- **חיכוך סטטי** - כוח החיכוך בין שני גופים שאינם בתנועה זה יחסית לזה. כוח זה **משתנה** ככל שמגדילים את כוח הדחיפה או המשיכה ומגיע לערך מקסימלי הניתן על ידי: $f_s \leq f_{s,max} = \mu_s N$
- **חיכוך קינטי** - כוח החיכוך בין גופים בתנועה. כח זה **קבוע** ושווה תמיד ל- $f_k = \mu_k N$.
- **גרר** - כוח החיכוך הפועל על גוף הנמצא בתנועה בתוך נוזל או גז והוא מתכונתי למהירות $f_d = -\gamma v$.

כוח מדומה

למושג "כוח מדומה" יש משמעות מדויקת במכניקה הניוטונית. למעשה, הוא תמיד פרופורציונאלי למסה של הגוף עליו הוא פועל. כוח זה נקרא מדומה משום שהחוק השלישי של ניוטון לא חל עליו, כלומר אין לו תגובה. כידוע, על פי החוק השלישי של ניוטון גוף שמפעיל כוח על גוף אחד, הגוף השני מפעיל על הגוף הראשון כוח השווה בעצמתו אך מנוגד בכיוונו (חוק הפעולה והתגובה). הכוחות שאנו מרגישים במכונית נוסעת אשר מושכים אותנו אחורה למושב, כאשר הנהג מאיץ (לחץ על דוושת הגז), או כאשר אנו נזרקים מצד לצד כאשר המכונית פונה פניות חדות הם למעשה כוחות מדומים. באופן כללי, השפעות אלו קורות ללא סיבה מלבד היותם **במערכת יחוס שהינה מאיצה**, כלומר מערכת יחוס שאינה אינרציאלית. אם מערכת ייחוס נמצאת בתאוצה קבועה, a , יחסית למערכת אינרציאלית אזי על גוף בעל מסה, m , במערכת המאיצה יופיע כוח **שמנוגד** לכיוון התאוצה ושווה ל- ma .

במערכת יחוס אינרציאלית, הנמצאת על הכביש, אין שום כוח שמושך את הנוסע אחורה. אולם עבור הנוסע ברכב, שהיא מערכת לא אינרציאלית משום שהיא בתאוצה, ישנו כוח מדומה המושך אותנו אחורה. ננתח תופעת זו משתי נקודות מבט:

א. מנקודת המבט של **מערכת אינרציאלית** (הכביש) הרכב מאיץ. על מנת שהנוסע ישאר בתוך הרכב, כוח חייב לפעול על הנוסע. כוח זה מופעל על ידי המושב, אשר התחיל לנוע קדימה עם הרכב, והוא נלחץ לגוף הנוסע עד אשר הוא מעביר לו את מלוא הכוח בכדי שהנוסע ינוע יחד עם הרכב. על כן, הנוסע מאיץ עקב הכח של המושב.

ב. מנקודת הייחוס שבתוך הרכב המאיץ, כלומר **מערכת לא אינרציאלית**, ישנו כוח מדומה אשר דוחף את הנוסע אחורה, בעוצמה השווה למסת הנוסע כפול תאוצת הרכב. כוח זה דוחף את הנוסע אחורה, עד אשר המושב 'נדחס' ומשמש כוח שווה ומנוגד בעוצמתו. על כן, הנוסע הוא נייח במערכת ייחוס זו, משום שהכח המדומה והכוח האמיתי, שמפעיל המושב, מתאזנים.

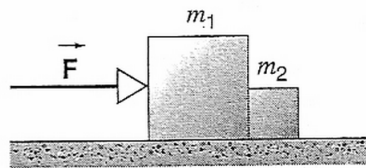
כוח צנטריפוגלי: כאשר אנו נוסעים במכונית הפונה שמאלה, נרגיש משיכה בכיוון ימין. ביחס למערכת הרכב פועל על הנוסע כוח מדומה הנקרא כוח צנטריפוגלי. בפיסיקה, הכוח הצנטריפוגלי המדומה מושך כל גוף שנמצא בתנועה מעגלית לאורך רדיוס הסיבוב בכיוון שפונה החוצה ממרכז המעגל.

הערה חשובה: בכדי שגוף יוכל לנוע בתנועה מעגלית חייב להיות כוח שמושך את הגוף כלפי מרכז הסיבוב. הכוח הזה הוא **הכוח הצנטריפטלי** והוא כוח ממשי ולא מדומה. כידוע, תנועה מעגלית ובכלל זה כל תנועה שאינה קצובה על קו ישר היא לא תנועה במהירות קבועה ועל כן הגוף נמצא בתאוצה. אנו יודעים שהגוף ישאף למעשה להתמיד בתנועה ישרה בכיוון המשיק למעגל הסיבוב, ולכן הגוף "נמשך" כלפי חוץ מעגל הסיבוב. משיכה זו שאנו חשים היא למעשה הכוח הצנטריפוגלי המדומה.

שאלה 1_3113 - חוקי ניוטון

שני בלוקים מונחים צמוד אחד לשני על שולחן חסר חיכוך, כמו באיור. כח אופקי F מופעל על אחד הבלוקים. נתון כי:

$$\begin{aligned} F &= 3.2 \text{ N} \\ m_1 &= 2.3 \text{ kg} \\ m_2 &= 1.2 \text{ kg} \end{aligned}$$



א. מצא/י את הנורמל בין שני הבלוקים.

ב. הראה/י שאם אותו הכח פועל על m_2 אך בכיוון המנוגד, כח הנורמל המתקבל הוא $N = 2.1 \text{ N}$ שזה לא אותו הערך כמו בסעיף קודם. הסבר/י.

פתרון

א. בכיוון הציר האנכי, ציר \hat{y} , יש לנו את כח הכובד וכח הנורמל מהמשטח על כל אחד מהגופים בנפרד. כוחות אלו מאזנים אחד את השני ולכן הכח השקול בכיוון האנכי הוא אפס.

בכיוון הציר האופקי, ציר \hat{x} , יש תנועה ושני הגופים נעים יחדיו ולכן לשניהם אותה התאוצה. נרשום את משוואת הכח עבור כל אחד מהגופים בנפרד:

$$\begin{aligned} F + N_{21} &= m_1 a \\ N_{12} &= m_2 a \end{aligned}$$

מהחוק השלישי של ניוטון מתקיים $N_{12} = -N_{21} \equiv N$ (הכוחות הנורמליים שווים בגודלם והפוכים בכיוונם).

• N_{21} - כח הנורמל שמפעיל גוף 1 על גוף 2. פועל שמאלה ולכן מופיע עם סימן מינוס $-N$.

• N_{12} - כח הנורמל שמפעיל גוף 2 על גוף 1. פועל ימינה ולכן מופיע עם סימן פלוס $+N$.

$$a = \frac{N_{12}}{m_2} = \frac{N}{m_2}$$

$$\begin{aligned}
F - N &= m_1 a = \frac{m_1}{m_2} B = N \\
F &= \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) N \\
N &= \frac{F}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F = \frac{3.2}{1 + \frac{2.3}{1.2}} \simeq 1.1 \text{ N}
\end{aligned}$$

ב. לו הכח F כעת פועל שמאלה על גוף 2 משוואת הכוחות על כל אחד מהגופים תיראנה כעת כך:

$$\begin{aligned}
N_{21} &= m_1 a \\
-F + N_{12} &= m_2 a
\end{aligned}$$

מתוכן נקבל:

$$\begin{aligned}
a &= \frac{N_{21}}{m_1} = -\frac{N}{m_1} \\
-F + N &= -\frac{m_2}{m_1} N \\
F &= \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) N \\
N &= \frac{F}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F = \frac{3.2}{1 + \frac{1.2}{2.3}} \simeq 2.1 \text{ N}
\end{aligned}$$

שאלה - אופניים על כביש מוטה

אופניים נוסעים על כביש מעגלי ברדיוס $R = 10 \text{ m}$ המוטה בזווית θ במהירות v . מקדם החיכוך הסטטי בין הכביש לגלגלי האופניים הוא $\mu_s = 0.2$.

א. מהי זווית ההטיה המינימלית אם האופניים נעים במהירות $v = 30 \text{ km/h}$.

ב. מהי המהירות המקסימלית אם זווית ההטיה היא $\theta = 30^\circ$.

פתרון

האופניים נוסעות במסלול מעגלי ברדיוס R , ולכן הן מרגישות כח מדומה צנטריפוגלי החוצה מן המעגל. הכוחות הפועלים הם: נורמל בכיוון ניצב למשטח, כח הכבידה כלפי מטה וכח חיכוך סטטי

במקביל למישור. כח החיכוך הסטטי יכול להיות שווה אפס - ובמקרה זה מתקיים:

$$m \frac{v^2}{r} \cos \theta = mg \sin \theta$$

$$\tan \theta_c = \frac{v_c^2}{gr}$$

עבור מקרה ספציפי זה נסמן את המהירות v_c ואת הזווית θ_c . אולם, מה קורה אם השיויון לעיל לא מתקיים?

א. $\theta < \theta_c$ או $v > v_c$ - $mg \sin \theta$ קטן או $m \frac{v^2}{r} \cos \theta$ גדל וכדי לאפס את שקול הכוחות, יוצר כח חיכוך סטטי **במורד** הכביש.

ב. $\theta > \theta_c$ או $v < v_c$ - $mg \sin \theta$ גדל או $m \frac{v^2}{r} \cos \theta$ קטן וכדי לאפס את שקול הכוחות, יוצר כח חיכוך סטטי **במורד** הכביש.

האופניים אינן מחליקות על הכביש במעלה או במורד המדרון ולכן אם נעבור למערכת בה האופניים במנוחה נקבל שמשוואות הכוחות בציר \hat{y} המאונך לכביש וציר \hat{x} המקביל אליו, הן:

$$\hat{x} : ma_r \cos \theta - mg \sin \theta \pm f_s = 0$$

$$\hat{y} : N - mg \cos \theta - ma_r \sin \theta = 0$$

הביטוי עבור כח החיכוך הסטטי ועבור התאוצה הרדיאלית:

$$f_s \leq \mu_s N$$

$$a_r = \frac{mv^2}{R}$$

ומתוכן אנו מקבלים עבור שני המקרים השונים:
עבור כח חיכוך סטטי **במעלה** הכביש:

$$\mu_s \left(g \cos \theta + \frac{v^2}{R} \sin \theta \right) \geq g \sin \theta - \frac{v^2}{R} \cos \theta$$

עבור כח חיכוך סטטי **במורד** הכביש:

$$\mu_s \left(g \cos \theta + \frac{v^2}{R} \sin \theta \right) \geq \frac{v^2}{R} \cos \theta - g \sin \theta$$

א. עבור מהירות $v = 30 \text{ km/h}$ נמצא את זווית ההטיה המינימלית.

עבור כח חיכוך סטטי **במעלה** הכביש:

$$\begin{aligned}\sin \theta \left(g - \mu_s \frac{v^2}{R} \right) &\leq \cos \theta \left(\frac{v^2}{R} + \mu_s g \right) \\ \tan \theta &\leq \frac{\frac{v^2}{R} + \mu_s g}{g - \mu_s \frac{v^2}{R}}\end{aligned}$$

עבור כח חיכוך סטטי **במורד** הכביש:

$$\begin{aligned}\sin \theta \left(g + \mu_s \frac{v^2}{R} \right) &\geq \cos \theta \left(\frac{v^2}{R} - \mu_s g \right) \\ \tan \theta &\geq \frac{\frac{v^2}{R} - \mu_s g}{g + \mu_s \frac{v^2}{R}}\end{aligned}$$

לכן בסופו של דבר, טווח הזוויות המאפשר תנועה ללא החלקה עבור מהירות v נתונה:

$$23.5^\circ \simeq \arctan \left(\frac{\frac{v^2}{R} - \mu_s g}{g + \mu_s \frac{v^2}{R}} \right) \leq \theta \leq \arctan \left(\frac{\frac{v^2}{R} + \mu_s g}{g - \mu_s \frac{v^2}{R}} \right) \simeq 46.1^\circ$$

$$\theta_{min} = 23.5^\circ$$

ב. עבור זווית הטיה $\theta = 30^\circ$ נמצא את המהירות המקסימלית.

עבור כח חיכוך סטטי **במעלה** הכביש:

$$\begin{aligned}\frac{v^2}{R} (\cos \theta + \mu_s \sin \theta) &\geq g (\sin \theta - \mu_s \cos \theta) \\ v^2 &\geq gR \cdot \frac{\sin \theta - \mu_s \cos \theta}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta}\end{aligned}$$

עבור כח חיכוך סטטי **במורד** הכביש:

$$\begin{aligned}\frac{v^2}{R} (\cos \theta - \mu_s \sin \theta) &\leq g (\mu_s \cos \theta + \sin \theta) \\ v^2 &\leq gR \cdot \frac{\mu_s \cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta}\end{aligned}$$

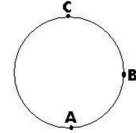
לכן בסופו של דבר, טווח המהירויות המאפשר תנועה ללא החלקה עבור זווית הטיה θ נתונה:

$$33.8 (m/s)^2 \simeq gR \cdot \frac{\sin \theta - \mu_s \cos \theta}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta} \leq v^2 \leq gR \cdot \frac{\mu_s \cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta} \simeq 87.9 (m/s)^2$$

$$v_{max} \simeq 9.4 m/s = 33.7 km/h$$

שאלה 1_3500 - מטוס בלופ

טייס מטיס מטוס בלולאה אנכית במהירות v , וברדיוס R . מסת הטייס m . באיזה כח לוחץ הטייס על מושב המטוס בנקודות A, B, C.



פתרון

הטייס טס במהירות קבועה ולכן סכום הכוחות על הטייס צריך לספק את התאוצה הרדיאלית בלבד, ללא התאוצה המשיקית. הכוחות שפועלים על הטייס הוא כח הכבידה והכח הנורמלי שמפעיל מושב הטייס. בתנועה מעגלית הטייס מרגיש כח צנטריפוגלי (כח מדומה החוצה) ולכן המושב מפעיל עליו כח נורמלי.

בנקודה A כח הכבידה והכח הנורמלי פועלים לאורך רדיוס המעגל, בכיוונים מנוגדים:

$$N_A - mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N_A = m \left(\frac{v^2}{R} + g \right)$$

בנקודה B כח הכבידה והכח הנורמלי מאונכים זה לזה. מאחר ורכיב הכח המשיקי הכולל חייב להתאפס, אנו מסיקים שהכח הנורמלי פועל הן בכיוון משיקי (כדי לאפס את כח הכבידה) והן בכיוון רדיאלי (כדי לקיים תנועה מעגלית):

$$\begin{aligned} N_{B,t} &= mg \\ N_{B,r} &= \frac{mv^2}{R} \\ N_B &= m \sqrt{\left(\frac{v^2}{R} \right)^2 + g^2} \end{aligned}$$

בנקודה C כח הכבידה והכח הנורמלי פועלים שוב לאורך רדיוס המעגל, אך הפעם באותו הכיוון:

$$N_C + mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N_C = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right)$$

נשים לב כי

$$N_C < N_B < N_A$$