תרגול 8 – חיכוך ותנועה מעגלית

<u>חיכוך</u>

כוח הנובע ממגע בין שני משטחים. אם יש כוח חיצוני כל גוף שמנסה לייצר תנועה, יווצר כוח בכיוון ההפוך כתוצאה מחיכוך. אם אין תנועה יחסית בין המשטחים, החיכוך יהיה סטטי ואם יש, הוא יהיה קינטי.

החיכוך הסטטי המקסימלי (לפי שהגוף מתחיל לבצע תנועה בכיוון הכוח החיצוני) מוגדר להיות

$$f_{s,max} = \mu_s N$$

כאשר μ_s הוא מקדם החיכוך הקינטי, וN הוא הנורמל. אם מפעילים כוח כך ש$F > f_{s,max}$ הגוף יתחיל לנוע.

כאשר הגוף בתנועה, כוח החיכוך יהיה

$$f_k = \mu_k N$$

כאשר כיוון של כוח החיכוך הקינטי הוא מקביל למשטח ומנוגד לכיוון התנועה.

<u>כוח מדומה</u>

אם אנחנו רוצים לעבוד במערכת הנעה בתאוצה כל שהיא, נצטרך להוסיף לסכום הכוחות בכיוון התאוצה כוח $\vec{F}_{fic} = -m\vec{a}_0$, כאשר $\vec{a}_0$ הוא תאוצת המערכת.

שאלה 1 <1_3108>

$$x_0 = x(t=0) = x$$

$$v(t=0) = v_0$$

יש למצוא את התאוצה של הגוף

$$f_k = \mu_k N$$

בציר y

$$N - mg = 0 \rightarrow N = mg$$

בציר x

$$-f_k = ma \rightarrow \ -\mu_k N = ma$$

$$-\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$$

התאוצה קבועה, אבל μ_k לא ידוע, לכן נרצה למצוא את התאוצה בדרכים אחרות ולבטא באמצעות המהירות ההתחלתית והמרחק. ניתן להשתמש במשוואות התנועה כדי לקבל את הקשר.

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

ואם נציב את הנתונים בשאלה (המהירות במיקום הגוף הסופי היא 0)

$$0 = v_0^2 + 2a(L - 0)$$

$$a = -\frac{v_0^2}{2L}$$

א. הזמן מתוך משוואת המהירות כפונקציה של זמן

$$0 = v_0 + at$$

$$t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{v_0}{-\frac{v_0^2}{2L}} = \frac{2L}{v_0}$$

ב. מהשוואת שתי המשוואות על התאוצה נקבל

$$a = -\frac{v_0^2}{2L} = -\mu_k g \rightarrow \mu_k = \frac{v_0^2}{2gL}$$

שאלה 2 <3403_1>

אנחנו יכולים לפתור את השאלה במערכת המעבדה או במערכת שנעה עם הקרון. במקרה הזה נפתור במערכת הקרון. מכיוון שזוהי מערכת מאיצה, נצטרך להוסיף כוח מדומה על המסה השווה למסה כפול תאוצת הקרון וכוונו הפוך לתאוצת הקרון. המסה נמצאת בשיווי משקל, כלומר סך הכוחות עליה הוא 0.

נכתוב את משוואות הכוחות

בציר x

$$\sum F_x = 0 = T\sin\alpha - Ma$$

ובציר y

$$\sum F_y = 0 = T\cos\alpha - Mg$$

אם נעביר אגפים נקבל

$$T\sin\alpha = Ma$$

$$T\cos\alpha = Mg$$

אם נחלק, נקבל את התוצאה

$$\tan\alpha = \frac{a}{g} \to \alpha = \arctan\frac{a}{g}$$

שאלה 3 <1_3132>

אנחנו רוצים שהמסה תנוע בתנועה מעגלית ברדיוס קבוע. אם נרצה לחשב את רדיוס התנועה:

$$\frac{h}{R} = \tan\alpha \to R = h\tan\alpha$$

יש לנו כאן שתי אפשרויות למערכות צירים – מערכת המעבדה או המערכת שנעה עם הקונוס.

במקרה הזה יהיה לנו קל יותר לעבוד במערכת המעבדה. במערכת זו אנחנו מצפים לראות את המסה עושה תנועה מעגלית בגובה קבוע, כלומר שהתאוצה תהיה תאוצה רדיאלית בלבד ותלויה במהירות הזוויתית שמסובבים את הקונוס

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

נשרטט כוחות על המסה כאשר חשוב לזכור שהחיכוך הסטטי יכול להיות במעלה הקונוס או הפוך.

נניח שהחיכוך הוא במעלה הקונוס, נקבל משוואת כוחות:

ציר x:

$$N\cos\alpha - f_s\sin\alpha = m\,a_r$$

ציר y:

$$N\sin\alpha + f_s\cos\alpha - mg = 0$$

נציב בציר x את התאוצה הרדיאלית

$$N\cos\alpha - f_s\sin\alpha = m\omega^2 h\tan\alpha$$

כוח החיכוך המקסימלי מקיים את הקשר

$$f_{s_{max}} = \mu_s N$$

כך שהמשוואות הן

$$N\cos\alpha - \mu_s N\sin\alpha = m\omega^2 h\tan\alpha$$

$$N\sin\alpha + \mu_s N\cos\alpha = mg$$

אם נחלק משוואה אחת בשנייה נקבל

$$\omega^2\left(\frac{h\tan\alpha}{g}\right) = \frac{\cos\alpha - \mu_S\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu_s\cos\alpha}$$

וקיבלנו

$$\omega_1^2 = \left(\frac{g}{h\tan\alpha}\right)\frac{\cos\alpha - \mu_S\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu_s\cos\alpha}$$

במקרה שבו כוח החיכוך מכוון לכיוון ההפוך $f_S \to -f_S$ כלומר שהחיכוך הסטטי המקסימלי יתקבל בדיוק בכיוון ההפוך $\mu_S \to -\mu_S$

ונקבל

$$\omega_2^2 = \left(\frac{g}{h\tan\alpha}\right)\frac{\cos\alpha + \mu_S \sin\alpha}{\sin\alpha - \mu_s \cos\alpha}$$

נשאלת השאלה מהי המהירות הזוויתית המינמלית מבין השתיים? מכיוון $0° < \alpha < 90°$ קוסינוס וסינוס תמיד חיוביים בתחום הזה, ומקדם החיכוך הסטטי גם הוא חיובי כלומר שהמכנה הראשון הגודל מהמכנה השני והמונה הראשון קטן מהמונה השני, כלומר התדירות הזווית הראשונה קטנה מהשנייה ולכן זוהי התדירות הזוויתית המינימלית.

$$\omega_{min} = \sqrt{\left(\frac{g}{h\tan\alpha}\right)\frac{\cos\alpha - \mu_S \sin\alpha}{\sin\alpha + \mu_s \cos\alpha}}$$

והתדירות המקסימלית

$$\omega_{max} = \sqrt{\left(\frac{g}{h\tan\alpha}\right)\frac{\cos\alpha + \mu_S \sin\alpha}{\sin\alpha - \mu_s \cos\alpha}}$$