

תרגול 4 – תנועה בתאוצה משתנה בזמן

תרגיל 1 <1_1404>

נתון

$$\vec{r} = r\hat{r}$$

$$\hat{r} = \cos \omega t \hat{x} + \sin \omega t \hat{y}$$

$$|\vec{r}| = r = \text{const}$$

התנועה שמתארת הפונקציה היא תנועה במעגל ברדיוס r .

א.

$$\vec{r} = r \cos \omega t \hat{x} + r \sin \omega t \hat{y}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r \cos \omega t \hat{x} + r \sin \omega t \hat{y}) = -\omega r \sin \omega t \hat{x} + \omega r \cos \omega t \hat{y} = \omega r \hat{\phi}$$

ב.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right) &= \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{r} \times \frac{d}{dt}(-\omega r(\sin \omega t \hat{x} + \cos \omega t \hat{y})) \\ &= \vec{r} \times \frac{d}{dt}(-\omega^2 r(\cos \omega t \hat{x} + \sin \omega t \hat{y})) = -\omega^2 \vec{r} \times r\hat{r} = 0 \end{aligned}$$

תרגיל 2 <1 2301>

נתון:

$$v(t) = 3 \left[\frac{m}{s^2} \right] t + 5 \left[\frac{m}{s^4} \right] t^3$$

א. התאוצה לפי הגדרה: $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = 3 \left[\frac{m}{s^2} \right] + 15 \left[\frac{m}{s^4} \right] t^2$

המיקום לפי הגדרה: $x(t) = \int v(t) dt = \frac{3}{2} \left[\frac{m}{s^2} \right] t^2 + \frac{5}{4} \left[\frac{m}{s^4} \right] t^4 + x_0$

נמצא את הקבוע לפי הנתון (תנאי התחלה):

$$x(t = 3s) = 15 = \frac{3}{2} \times 9 + \frac{5}{4} \times 81 + x_0 \rightarrow x_0 = 15 - 13.5 - 101.25 = -99.75 [m]$$

$$x(t) = \frac{3}{2} \left[\frac{m}{s^2} \right] t^2 + \frac{5}{4} \left[\frac{m}{s^4} \right] t^4 - 99.75 [m]$$

ב. מהירות ממוצעת ב- $0s < t < 10s$:

$$x(t = 0s) = -99.75 [m]$$

$$x(t = 10s) = 150 + 12500 - 99.75 = 12550.25 [m]$$

$$v_{avg} = \frac{(12550.25 - (-99.75))}{10 - 0} = 1265 \left[\frac{m}{s} \right]$$

ג. תאוצה ממוצעת ב- $10s < t < 20s$:

$$v(t = 10s) = 5030 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$v(t = 20s) = 60 + 40000 = 40060 \left[\frac{m}{s} \right]$$

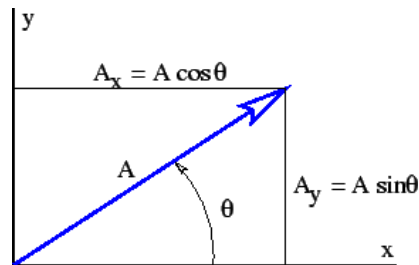
$$a_{avg} = \frac{40060 - 5030}{20 - 10} = 3503 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

ד. מהירות רגעית ב- $t = 50s$

$$v(t = 50s) = 150 + 625000 = 625150 \left[\frac{m}{s} \right]$$

תנועה ב2D ו3D

בתרגול הקודם ראינו שניתן לפרק כל וקטור לרכיביו:



את וקטורי המיקום, המהירות והתאוצה ניתן לחלק לרכיבים לפי צירים.

וקטורי היחידה $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ אינם משתנים עם הזמן.

מיקום:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = (x, y, z)$$

אם x, y, z פונקציה של זמן – $\vec{r} = \vec{r}(t)$

מהירות

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

תאוצה

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

תרגיל 3 <1 2200>

מהירות הכדור $25.3 \left[\frac{m}{s} \right]$ בזווית $\theta = 42^\circ$ מעל האופק. הקיר נמצא במרחק $x = 21.8 [m]$

א. נפרק לתנועה בציר x, משוואת התנועה:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

אנחנו יודעים שבציר x אין תאוצה, ונגדיר את ראשית הצירים כך ש:

$$x_0 = 0, a_x = 0$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

לפי המשוואה המיקום נוכל למצוא את זמן הפגיעה:

$$x(t_h) = L = 0 + v_0 \cos \theta t_h + 0$$

$$t_h = \frac{L}{v_0 \cos \theta} = \frac{21.8}{25.3 \cos 42^\circ} = 1.16 \text{ s}$$

ב. בציר y משוואת התנועה:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

כאשר התאוצה והמהירות ההתחלתית ידועות ונגדיר את מערכת הצירים כך ש:

$$y_0 = 0, v_{0y} = v_0 \sin \theta, a_y = -g$$

גובה הפגיעה לפי המשוואה:

$$y(t_h) = v_0 \sin \theta t_h - \frac{1}{2}gt_h^2 = 25.3 \sin 42^\circ 1.16 - \frac{1}{2}9.8(1.16)^2 = 13.04 \text{ m}$$

ג. וקטור המהירות בזמן הפגיעה:

$$\vec{v}(t) = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = (v_{0x} + a_x t) \hat{i} + (v_{0y} + a_y t) \hat{j} = (v_0 \cos \theta) \hat{i} + (v_0 \sin \theta - gt) \hat{j}$$

$$\vec{v}(t = 1.16 \text{ s}) = 18.8 \left[\frac{m}{s} \right] \hat{i} + 5.56 \left[\frac{m}{s} \right] \hat{j}$$

ד. $v_y(t_h) = 5.56 \left[\frac{m}{s} \right] > 0$. היא חיובית (כלפי מעלה), כלומר שהכדור עוד לא עבר את נקודת

שיא הגובה.