

תנועה מעגלית זקופה

על מנת שהגוף יבצע תנועה מעגלית זקופה, נדרוש שהחוט יהיה מתוח בכל עת ($T \geq 0$). הנקודה הקריטית ביותר היא כשהגוף בשיא הגובה. מהירותו שם היא v_0 . לכן, תאוצתו הרדיאלית לכיוון מרכז המעגל היא $\frac{v_0^2}{l}$. נרשום את משוואת החוק השני של ניוטון עבור הנקודה הכי גבוהה:

$$\begin{aligned}T + mg &= m \frac{v_0^2}{l} \\ m \frac{v_0^2}{l} - mg &= T \geq 0 \\ v_0 &\geq \sqrt{gl}\end{aligned}$$

מעניקים לכדור $v_0 = 2\sqrt{gl}$. אנחנו יודעים על פי הסעיף הראשון שהגוף אכן יבצע תנועה מעגלית זקופה. אפשר למצוא את מהירות הגוף בכל זווית בעזרת משוואת שימור האנרגיה. נקבע את האפס במרכז המעגל, ונקבל:

$$\begin{aligned}K_i + U_i &= K_f + U_f \\ \frac{mv_0^2}{2} + mgl &= \frac{mv^2}{2} + mgl \cos \theta \\ v^2 &= v_0^2 + 2gl(1 - \cos \theta) = 4gl + 2gl - 2gl \cos \theta = 2gl(3 - \cos \theta)\end{aligned}$$

אז יש לנו גוף שנע בתנועה מעגלית, ואנחנו יודעים את מהירותו בכל עת. על מנת לקבל את המתיחות בחוט, נרשום את משוואות החוק השני עבור הציר הרדיאלי:

$$\begin{aligned}T + mg \cos \theta &= ma_r = m \frac{v^2}{l} \\ T &= m \frac{v^2}{l} - mg \cos \theta = mg(6 - 2 \cos \theta) - mg \cos \theta = mg(6 - 3 \cos \theta)\end{aligned}$$

אומרים לנו שהחוט יקרע ב T_{max} . כלומר ב:

$$\begin{aligned}T &= mg(6 - 3 \cos \theta) = T_{max} \\ 6mg - T_{max} &= 3mg \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{6}{3} - \frac{T_{max}}{3mg} = 2 - \frac{3.6}{3} = 0.8\end{aligned}$$

את המהירות כפונקציה של הזווית כבר מצאנו מזמן, רק נציב את הזווית שחישבנו:

$$v_1 = \sqrt{gl(6 - 2 \cos \theta)} = \sqrt{4.4gl}$$

לסעיף האחרון אנחנו צריכים את הרכיב האנכי של המהירות, ואת גובה הגוף ברגע הניתוק. יש לנו את גודל המהירות ואת הזווית, ולכן הכל ידוע. גובה הנתק (ביחס לס שקבעתי במרכז המעגל) הוא:

$$y_1 = l \cos \theta = 0.8l$$

ורכיב ה y של המהירות:

$$v_{1y} = -v_1 \sin \theta = -v_1 \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = -\sqrt{4.4gl} \sqrt{0.36} = -\sqrt{1.58gl}$$

נותר רק לרשום את משוואות התנועה של הגוף:

$$y = y_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2}$$

$$-3l = 0.8l - \sqrt{1.58gl}t - g \frac{t^2}{2}$$

$$\frac{g}{2}t^2 + \sqrt{1.58gl}t - 3.8l = 0$$

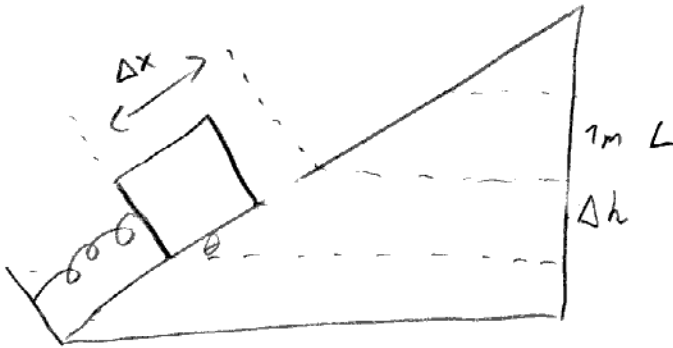
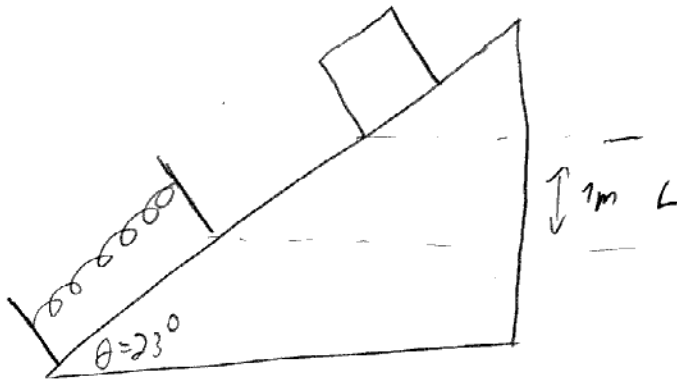
$$t_{1,2} = \frac{-\sqrt{1.58gl} \pm \sqrt{1.58gl + 4 \cdot 3.8l \cdot \frac{g}{2}}}{g}$$

$$t_+ \approx 0.56s$$

הזמן החיובי הוא הזמן הרלוונטי בבעיה שלנו.

התנאי של הבעיה הוא שיש להימנע משינוי באנרגיה פוטנציאלית של המסתובב
 וכן כיוון הדיסק.

$$k = 190 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad m = 4 \text{ kg}$$



$$\Delta x = \frac{\Delta h}{\sin \theta} \quad mg(L + \Delta h) = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

$$-\frac{2mg}{k}(L + \Delta x \sin \theta) + \Delta x^2 = 0$$

$$\Delta x_{1,2} = \frac{\frac{2mg \sin \theta}{k} \pm \sqrt{\frac{4m^2 g^2 \sin^2 \theta}{k^2} + \frac{8mgL}{k}}}{2} = \frac{mg \sin \theta}{k} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4Lk}{mg \sin^2 \theta}} \right) =$$

$$= \begin{cases} 1.06 \text{ m} \\ -0.75 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x = 1.06 \text{ m}$$

1.4117 - פתרון :

$$F(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 5 \\ 10 & 5 \leq x \leq 15 \\ 40-2x & 15 \leq x \leq 20 \end{cases} \quad \text{נתון:}$$

$$m = 5 \text{ kg}, \quad v_0 = 4 \text{ m/s.}$$

∴ נחשב את עבודת הכוח בכל אחד מהקטעים:

$$W_1 = \int_{x=0}^{x=5} F_1(x) dx = \int_0^5 2x dx = [x^2]_0^5 = 25 \text{ J} \quad (1)$$

$$W_2 = \int_{x=5}^{x=15} F_2(x) dx = \int_5^{15} 10 \cdot dx = [10x]_5^{15} = 10(15-5) = 100 \text{ J} \quad (2)$$

$$W_3 = \int_{x=15}^{x=20} F_3(x) dx = \int_{15}^{20} (40-2x) dx = [40x - x^2]_{15}^{20} = (3) \\ = 40 \cdot 20 - 20^2 - 40 \cdot 15 + 15^2 = 25 \text{ J}$$

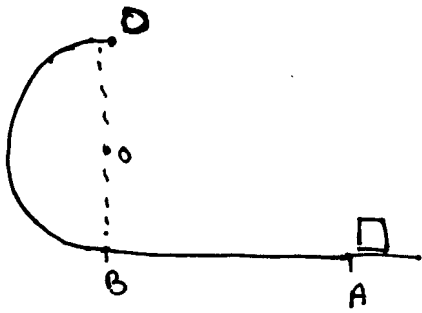
∴ עבודה ממשל עבודה-אנרגיה, השינוי באנרגיה הקינטית שווה לעבודה הכוללת.

$$\Delta E = W_1 + W_2 + W_3 = 150 \text{ J}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \cdot$$

$$v_1^2 = v_0^2 + \frac{2 \Delta E}{m}$$

המהירות הסופית - $v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{2 \Delta E}{m}} = \sqrt{16 + \frac{2 \cdot 150}{5}} \approx 8.72 \text{ m/s}$



(10)

יש למצוא את המהירות v_D של הגוף בנקודה D

$$E_i = E_f$$

$$(1) \quad \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_D^2 + m g h_c \quad h_c = 2R$$

(התנאי)

המהירות v_D של הגוף בנקודה D



$\hat{y} = 0$

$$\Sigma F_r = m a_r$$

$\hat{y} = 0$

$$\Sigma F_r = \frac{m v_D^2}{R}$$

$$N + mg = \frac{m v_D^2}{R}$$

$$\Rightarrow v_D = \sqrt{\frac{NR}{m} + gR}$$

בנקודה D $N=0$ ולכן $v_{D_c} = \sqrt{gR}$

$$\boxed{v_{D_c} = \sqrt{gR}}$$

2

תוצאה (1):

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot gR + mg(2R)$$

$$v_A^2 = gR + 4gR$$

$$v_A = \sqrt{5gR} //$$

(2) נמצא את זמן הטיסה. נניח שהאובייקט יגיע ל-2R בזמן t. (2R) זהו המרחק הכולל.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$0 = 2R + 0 - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4R}{g}$$

$$t = \sqrt{\frac{4R}{g}}$$

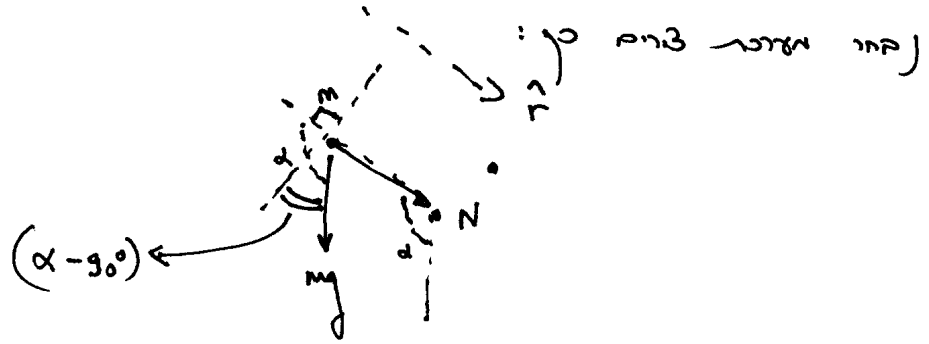
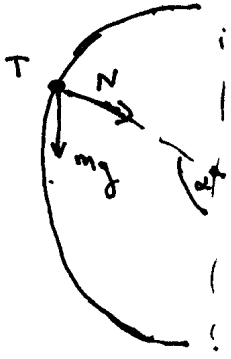
כעת נחשב את המרחק האופקי. המרחק האופקי הוא x. נניח שהאובייקט יגיע ל-2R בזמן t. המרחק האופקי הוא x. המרחק האופקי הוא x.

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

המרחק האופקי הוא x. $x = v_{0x} \cdot t = \sqrt{gR} \cdot \sqrt{\frac{4R}{g}} = 2R //$ $(a_x = 0)$

תוצאה סופית:
המרחק האופקי הוא x = 2R.
המרחק הכולל הוא s = 2R.

2. העץ יומן • מהמסלול בקורה מה $N=0$.



$$\Sigma F_r = m \cdot a_r$$

$$N + mg \sin(\alpha - 90^\circ) = m \cdot a_r$$

אזכור:

$$N=0$$

בנקודה זו המהירות היא

$$mg \sin(\alpha - 90^\circ) = m \cdot a_r$$

$$(i) \quad mg \sin(\alpha - 90^\circ) = \frac{m v_T^2}{R}$$

$$E_i = E_f$$

אנרגיה של יחסור האנרגיה:

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_T^2 + m g h_T$$

$$h_T = R + R \sin(\alpha - 90^\circ)$$

$$v_A = 0.9 \cdot \sqrt{5gR} = \sqrt{4.05gR}$$

$$\Rightarrow v_T^2 = v_A^2 - 2gh_T$$

$$(ii) \quad v_T^2 = 4.05gR - 2gR [1 + \sin(\alpha - 90^\circ)]$$

הצבה של (i) במשוואת v_T^2 נותנת:

$$g \sin(\alpha - 90^\circ) = 4.05g - 2g [1 + \sin(\alpha - 90^\circ)]$$

$$3 \sin(\alpha - 90^\circ) = 2.05$$

$$\sin(\alpha - 90^\circ) = 0.68$$

$$\Rightarrow \alpha - 90^\circ = 43.10^\circ$$

$$\alpha = 133.10^\circ //$$

קפיץ וחיכוך

בתנועה A ל C פועלים כוחות הכובד, הנורמל, והחיכוך. הכובד משמר, הנורמל תמיד ניצב לתנועה ולכן אינו עושה עבודה, ואת עבודת החיכוך אנו יכולים לחשב. כוח החיכוך בקטע המדובר הוא:

$$f = \mu_k N$$

$$N - mg = 0$$

$$f = \mu_k mg$$

$$W = \int f dr = -\mu_k mgd$$

נסמן את גובה 0 במישור, ונשתמש במשפט עבודה אנרגיה:

$$K_i + U_i + W = K_f + U_f$$

$$mgR - \mu_k mgd = \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = 2g(R - \mu_k d)$$

שימו לב שהמהירות בריבוע חייבת להיות חיובית, וזה נותן לנו תנאי לגבי האם בכלל הגוף יגיע לקפיץ. הקפיץ מתכווץ ב S , והשוואת האנרגיה מרגע הפגיעה בקפיץ ועד סיום ההתכווצות נותנת:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kS^2}{2}$$

$$2mg(R - \mu_k d) = kS^2$$

$$k = \frac{2mg(R - \mu_k d)}{S^2}$$

מכיוון שהחיכוך בהלוך ובחזור יעשה את אותה עבודה, ניתן פשוט לרשום את משפט העבודה-אנרגיה מתחילת התנועה ועד סופה:

$$mgR + W = mgh$$

$$mgR - 2 \cdot \mu_k mgd = mgh$$

$$h = R - 2\mu_k d$$

יש לשים לב ש $h > 0$. אם מקבלים גובה קטן מאפס, זה אומר שהגוף בכלל לא יסיים את התנועה, והחיכוך יעצור אותו בדרך.