גוף מחליק

נפתור את השאלה ע"י חישוב העבודה שנעשתה על הגוף, והשוואת עבודה זו להפרש האנרגיה הקינטית.
על הגוף פועלים שלושה כוחות: הכובד (mg), הנורמל (N), והחיכוך (f).
הנורמל תמיד ניצב לתנועה, ולכן לא מבצע עבודה.

1. בקטע המעגלי (A-B) כיוון כוח הכובד הוא כלפי מטה, והחלק הרלוונטי מכוח זה (המקביל לכיוון התנועה) הוא: $mg\cos\theta$
כיוון כוח החיכוך הוא תמיד נגד כיוון התנועה, וגודלו משתנה על פי הנוסחא שניתנה לנו בשאלה.
המסלול שלנו הוא לאורך קשת המעגל, ולכן : $ds = Rd\theta$
לסיכום, סך העבודה שנעשתה על הגוף בקטע המעגלי היא:

$$W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (mg\cos\theta - \frac{b}{\pi^4}\theta^3) R d\theta = \left(mg\sin\theta - \frac{b}{\pi^4}\frac{\theta^4}{4}\right)R\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = mgR - \frac{b}{\pi^4}\frac{\pi^4}{64} = mgR - \frac{b}{64}R$$

נשאלנו מה יהיה המקדם b כך שמהירות בנקודה B תהיה זהה למהירות בנקודה A, כלומר שסך העבודה שנעשתה על הגוף היא אפס. התשובה היא כש $b = 64mg$

2. בסעיף זה שואלים, עם המקדם b שמצאנו, מה יהיה המרחק B-C. למעשה, אם המקדם b הוא שמצאנו, אנחנו יודעים שלא התבצעה על הגוף עבודה בקטע המעגלי, ולכן מהירותו בנקודה B שווה למהירותו ההתחלתית v0 מהנקודה A!
אז השאלה היא מה המרחק שיעבור גוף עם מהירות התחלתית v0, כאשר פועל עליו חיכוך עם המקדם μ
מכיוון שהגוף מונח על השולחן, ולא מאיץ בכיוון האנכי, הנורמל שווה לכוח הכובד (N=mg). ולכן החיכוך הקינטי הוא:
$f_k = \mu N = \mu mg$
ורק החיכוך הקינטי עושה עבודה (הכובד והנורמל אנכים לתנועה). נחשב את העבודה לאורך קטע באורך L.

$$W = \int_0^L -\mu mg dx = -\mu mgL$$

עכשיו נוסיף את התנאי שהמהירות הסופית היא 0, ובעזרת משפט העבודה-אנרגיה :

$$m\frac{0^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = W = -\mu mgL$$

$$L = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

וזו התשובה לשאלה. כדאי לבדוק שהיחידות מסתדרות.

קפיץ וחיכוך

בתנועה מA ל C פועלים כוחות הכובד, הנורמל, והחיכוך. הכובד משמר, הנורמל תמיד ניצב לתנועה ולכן אינו עושה עבודה, ואת עבודת החיכוך אנו יכולים לחשב. כוח החיכוך בקטע המדובר הוא:

$$f = \mu_k N$$

$$N - mg = 0$$

$$f = \mu_k mg$$

$$W = \int f dr = -\mu_k mgd$$

נסמן את גובה 0 במישור , ונשתמש במשפט עבודה אנרגיה:

$$K_i + U_i + W = K_f + U_f$$
$$mgR - \mu_k mgd = \frac{mv^2}{2}$$
$$v^2 = 2g(R - \mu_k d)$$

שימו לב שהמהירות בריבוע חייבת להיות חיובית, וזה נותן לנו תנאי לגבי האם בכלל הגוף יגיע לקפיץ.
הקפיץ מתכווץ בS, והשוואת האנרגיה מרגע הפגיעה בקפיץ ועד סיום ההתכווצות נותנת:

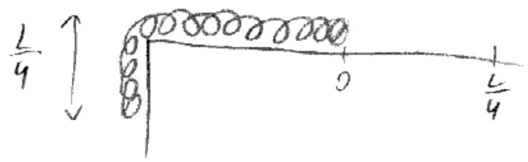
$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kS^2}{2}$$
$$2mg(R - \mu_k d) = kS^2$$
$$k = \frac{2mg(R - \mu_k d)}{S^2}$$

מכיוון שהחיכוך בהלוך ובחזור יעשה את אותה עבודה, ניתן פשוט לרשום את משפט העבודה-אנרגיה מתחילת התנועה ועד סופה:

$$mgR + W = mgh$$
$$mgR - 2 \cdot \mu_k mgd = mgh$$
$$h = R - 2\mu_k d$$

יש לשים לב ש$h > 0$. אם מקבלים גובה קטן מאפס, זה אומר שהגוף בכלל לא יסיים את התנועה, והחיכוך יעצור אותו בדרך.

נתונה שרשרת בעלת מסה m ואורך L המונחת על שולחן
חסר חיכוך, כאשר רבע מאורכה תלוי באוויר כמתואר
באיור. כמה עבודה יש להשקיע כדי למשוך את השרשרת
במלואה חזרה לשולחן?



צפיפות האורכית של השרשרת $\lambda = \frac{L}{m}$

הכח של החלק התלוי מבצע הינו $F_{\text{שרשרת}} = -\lambda g y$ כאשר

x הוא האורך התלוי באוויר. כדי להעלות את השרשרת
צריך להפעיל כח בכיוון ההפוך $F = \lambda g Y$

$$y = \frac{L}{4} - x$$

$$W = \int_0^{\frac{L}{4}} F\,dx = \lambda g \int_0^{\frac{L}{4}} \left(\frac{L}{4} - x\right) dx = \lambda g\left(\frac{L}{4}x\Big|_0^{\frac{L}{4}} - \frac{x^2}{2}\Big|_0^{\frac{L}{4}}\right) = \left(\left(\frac{L}{4}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{L}{4}\right)^2\right)\lambda g$$

$$= \frac{\lambda g}{2}\,\frac{L^2}{16} = \frac{\lambda g L^2}{32}$$

ב"ה

1_4117 - פתרון:

נתונים:

$$F(x) = \begin{cases} 2x & 0 \le x \le 5 \\ 10 & 5 \le x \le 15 \\ 40-2x & 15 \le x \le 20 \end{cases}$$

$$m = 5\,kg, \quad v_0 = 4\,m/s.$$

א. עבודה בכל אחד מהקטעים:

$$W_1 = \int_{x=0}^{x=5} F_1(x)\,dx = \int_0^5 2x\,dx = [x^2]_0^5 = 25\,j \quad (1)$$

$$W_2 = \int_{x=5}^{x=15} F_2(x)\,dx = \int_5^{15} 10\cdot dx = [10x]_5^{15} = 10(15-5) = 100\,j \quad (2)$$

$$W_3 = \int_{x=15}^{x=20} F_3(x)\,dx = \int_{15}^{20} (40-2x)\,dx = [40x - x^2]_{15}^{20} = \quad (3)$$

$$= 40\cdot 20 - 20^2 - 40\cdot 15 + 15^2 = 25\,j$$

ב. לפי משפט עבודה-אנרגיה, השינוי באנרגיה הקינטית שווה לסך כל העבודה:

$$\Delta E = W_1 + W_2 + W_3 = 150\,j$$

ג.

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

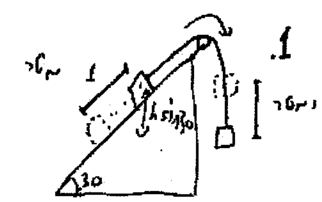
$$v_1^2 = v_0^2 + \frac{2\Delta E}{m}$$

מהירות הגוף לאחר 20 מטרים - $v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{2\Delta E}{m}} = \sqrt{16 + \frac{2\cdot 150}{5}} \approx 8.72\,m/s$

אריאל פיזה 7 L_4106

1)

פתרון תרגיל 5



$h=1m$ במקרה ללא חיכוך בהחלט.

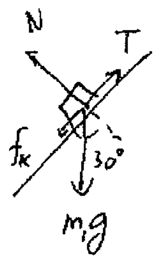
(נניח שהגוף נע בכיוון השעון).

$$\left\{\begin{array}{l} E_{התחלה} = m_2 g h \\ \quad \parallel \\ E_{סוף} = m_1 g h \sin 30 + \frac{1}{2} m_1 V^2 + \frac{1}{2} m_2 V^2 \end{array}\right.$$

(אותה שיטה לנוסחה (אותו הדבר)).

$$V = \left[\frac{2}{m_1+m_2}\,(gh)\,(m_2 - m_1 \sin 30)\right]^{1/2} = \underline{\underline{8.85\ m/s}}$$

שימו לב שאם לא היינו יודעים מהן המסות אזי $m_2 - m_1\sin 30$ יכול להיות שלילי שזה אומר שהגוף לא קולט נגד בכיוון השעון אלא נגדו (במקרה זה עם כי ברור שהגוף נע בכיוון השעון.



ב. (עם החיכוך: הביטוי לאנרגיה)

$$E_{סוף} = E_{התחלה} + W_{f_k}$$

$$W_{f_k} = -f_k \cdot h = -\mu_k N h = -\mu_k m_1 g \cos 30 \cdot h$$

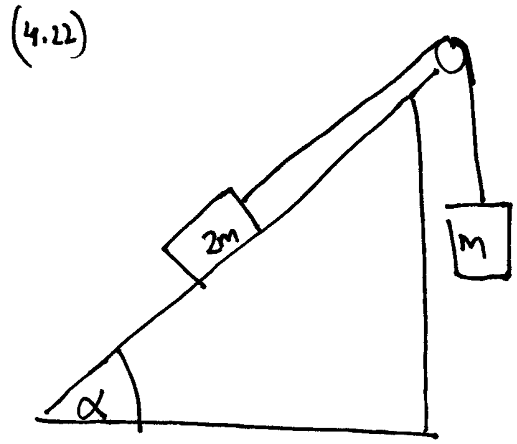
כלומר:

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = (m_2 - m_1 \sin 30)gh - \mu_k m_1 g \cos 30 h$$

$$\Downarrow$$

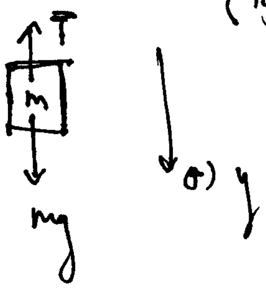
$$V = \underline{\underline{8.05\ m/s}}$$

(4.22)



ex-09-04

(א)

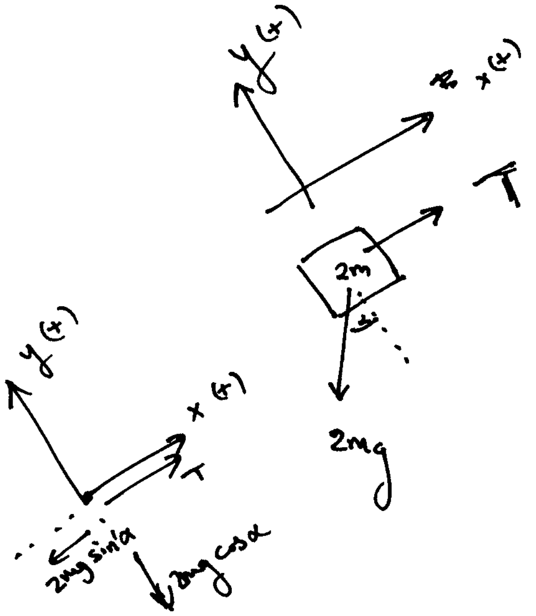


<u>עבור שמ :</u>

$\Sigma F_y = 0$

$mg - T = \cancel{\ }0$ $\Rightarrow$ $\underline{mg = T}$ (i)

<u>עבור המסה השניה :</u>



$\Sigma F_x = 0$

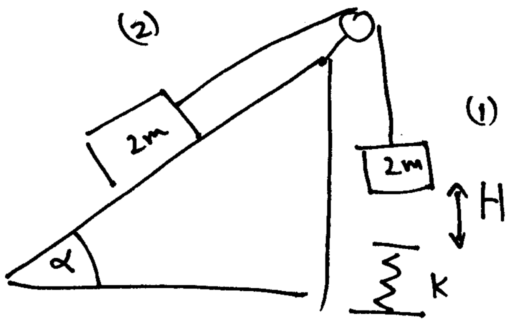
$T - 2mg\sin\alpha = 0$ (ii)

נציב את (i) ב(ii) ונקבל:

$mg - 2mg\sin\alpha = 0$

$1 = 2\sin\alpha$

$\alpha = 30^\circ$ /



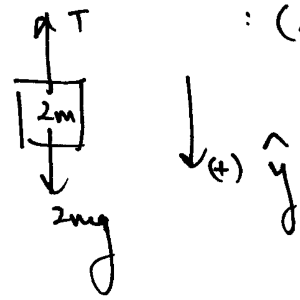
(ד)

מצאנו את α מסעיף א׳

$(\alpha = 30^\circ)$

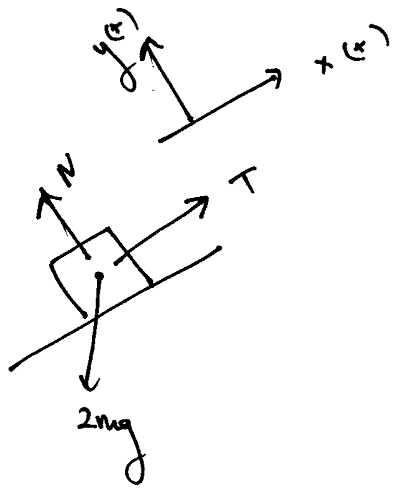
נסתכל על מסה (1):

$$\Sigma F_y = (2m) \cdot a_y$$



(i) $$2mg - T = 2m \cdot a$$

נסתכל על מסה (2):



$$\Sigma F_x = (2m) \cdot a$$

(ii) $$T - 2mg \sin\alpha = 2m \cdot a$$

נציב α ונקבל:

(ii) $$T - mg = 2ma$$

נחבר (i) + (ii) ונקבל:

$$\boxed{mg = 4ma} \Rightarrow \boxed{a = g/4}$$

$$V^2 = V_0^2 + 2a \cdot H$$

$$V^2 = 2 \cdot g/4 \cdot H \qquad (V_0 = 0)$$

$$V = \sqrt{gH/2} \quad //$$

$$m_1^* = m_2^* = 2m \quad /$$

דרך נוספת - דרך שימור אנרגיה.

שימור האנרגיה הוא שימור אנרגיה של <u>כל</u> המערכת

$$E_i = E_f$$

$$E_{1i} + E_{2i} = E_{1f} + E_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1^* V_{1_0}^2 + m_1^* g h_{1_0} + \frac{1}{2} m_2^* V_{2_0}^2 + m_2 g h_{2_0}$$

$$= \frac{1}{2} m_1^* V_{1_f}^2 + m_1^* g h_{1_f} + \frac{1}{2} m_2^* V_{2_f}^2 + m_2 g h_{2_f}$$

הסימן (1) מתייחס למסה בשיפוע

לעומת הסימן (2) המתייחס למסה התלויה.

(2)

i ⇐ מסמן התחלה.

f ⇐ final סוף

שימו לב לכל אחד מהמסות

ויש אנרגיה "גובה", ואנרגיה קינטית

ניתן להניח [למרות שלא חייבים] $h_{1_0} = h_{2_0} = 0$

כמו כן $V_{1_0} = V_{2_0} = 0$ ולכן:

$$0 + 0 + 0 + 0 = \frac{1}{2}(2m)V^2 + 2mg(H\sin\alpha) + \frac{1}{2}(2m)V^2 + 2mg(-H)$$

(נציב $\alpha = 30°$ ונקבל:

$$0 = -mgH + 2mV^2$$

$$V = \sqrt{gH/2} \quad //$$

הטף $x = $.

סעיף (3):

$$E_{el_i} + E_{1_i} + E_{2_i} = E_{1_f} + E_{2_f} + E_{el_i}$$

$$0 + (0+0) + (0+0) = \frac{1}{2} m_1^* V_{1_f}^2 + m_1^* g h_{1_f} + \frac{1}{2} m_2^* V_{2_f}^2 + m_2^* g h_{2_f} + \frac{1}{2} k x^2$$

← נתון כי החוט השומר את הגופים נותר נמוך במשך כל זמן פעולת הקפיץ

ולכן: $V_{1_f} = V_{2_f} = 0$

[הנחה זו, לדעתי - לא מציאותית...]

$$0 = 0 + (2m) g (H+X) \sin 30^\circ + 0$$

$$- 2mg(H+X) + \frac{1}{2} k x^2$$

$$0 = mgH + mgX - 2mgH - 2mgX + \frac{1}{2} k x^2$$

$$0 = +\frac{1}{2} k x^2 - mgX - mgH$$

$$0 = x^2 - \frac{2mg}{k} X - \frac{2mgH}{k}$$

$$x_{1,2} = \frac{mg}{k} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{4m^2 g^2}{k^2}\right) + \frac{8mgH}{k}}$$

$$x_{1,2} = \frac{mg}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2mgH}{k}}$$

פיזיקלית - רק המשוואה החיובית נכונה לנו!

$$X = \frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2mgH}{k}}$$