

(2) וקטורים ויזגיא

$$|A| = 12 \text{ [Newton]}$$

$$\alpha = 0 \text{ [rad]}$$

$$|B| = 20 \text{ [Newton]}$$

$$\beta = \pi \text{ [rad]}$$

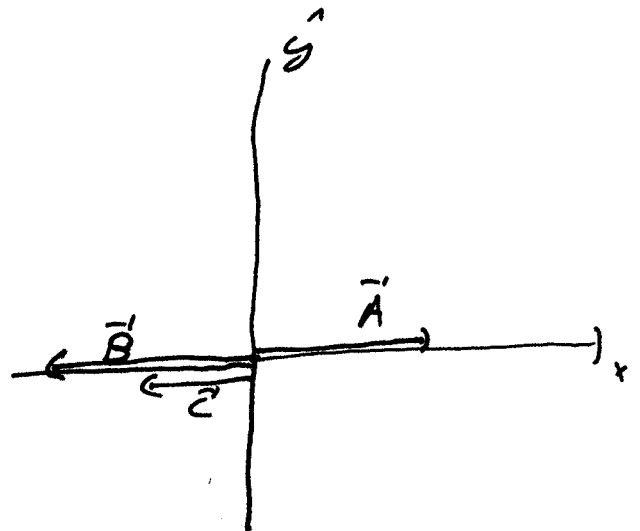
ב, A וקטורים ב כוונתם בהתאמה  $\alpha, \beta$   
כיוון  $\hat{x}$  ו-3/

$$A_x = |A| \cos \alpha = 12 \text{ [N]}$$

$$A_y = |A| \sin \alpha = 0 \text{ [N]}$$

$$B_x = |B| \cos \beta = -20 \text{ [N]}$$

$$B_y = |B| \sin \beta = 0 \text{ [N]}$$



$$C_x = A_x + B_x = -8 \text{ [N]}$$

$$C_y = 0$$

$$\vec{C} = -8 \hat{x} \text{ [N]}$$

$$|C| = \sqrt{8^2 + 0} = 8 \text{ [N]}$$

$\vec{C}$  וקטור ב כוונתם  $\hat{x}$  ו-3/

~~הקטור  $\vec{C}$  הוא כוונתם  $\hat{x}$  ו-3/~~

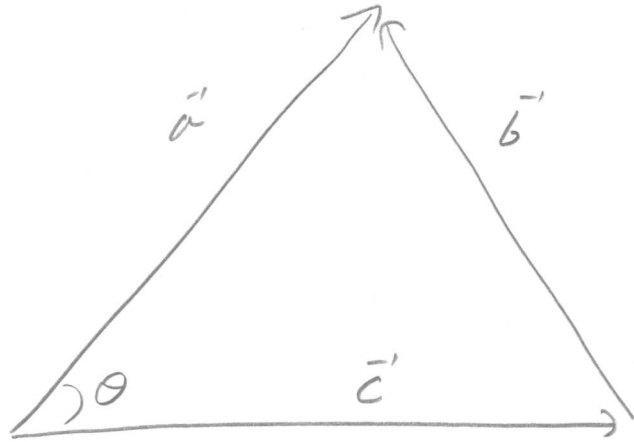
$\beta = \pi \text{ [rad]}$  כוונתם  $\hat{x}$  ו-3/  $\vec{C}$  הוא כוונתם  $\hat{x}$  ו-3/

$$[N] = \frac{\text{kg} \cdot \text{meter}}{\text{sec}^2} = \frac{1000 [\text{gram}] \cdot 100 [\text{cm}]}{\text{sec}^2} \quad (2)$$

$$= 10^5 \frac{\text{gram} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2} = 10^5 \text{ [Dyne]}$$

$$|C| = 8 \cdot 10^5 \text{ [Dyne]}$$

e-01-2-008



$$\vec{a} \cdot \vec{c} = ac \cos \theta$$

הכנסה סקלרית!

הכנסה סקלרית!  
|a| הוא a  
c

$$\vec{a} = \vec{c} + \vec{b}$$

$$\vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$$

הכנסה סקלרית!

$$\vec{b} \cdot \vec{b} = (\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{a} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{c} \cdot \vec{c} - 2\vec{a} \cdot \vec{c}$$

הכנסה סקלרית!

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| |\vec{a}| \cos 0 = |\vec{a}|^2$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{c}$$

כאן

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \theta$$

### שאלה:

ספינה מפליגה 50 ק"מ בזווית 70 לציר ה-x -  
ולאחר מכן 130 ק"מ בזווית 40 לציר x  
מצא את הכיוון והמרחק של הספינה מנקודת המוצא

### פתרון:

נבצע חיבור וקטורי: הוקטור הראשון הוא  $\vec{V}_1 = 50,000 \begin{pmatrix} \cos(70^\circ) \\ \sin(70^\circ) \end{pmatrix}$  הוקטור השני הוא

$\vec{V}_2 = 130,000 \begin{pmatrix} \cos(40^\circ) \\ \sin(40^\circ) \end{pmatrix}$  לכן וקטור ההעתק הכולל הוא

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \begin{pmatrix} 50,000 \cos(70^\circ) + 130,000 \cos(40^\circ) \\ 50,000 \sin(70^\circ) + 130,000 \sin(40^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 116687 \\ 130547 \end{pmatrix} (m)$$

גודל ההעתק הוא  $|\vec{V}| = 175,095(m)$ , הכיוון מציר ה-x הוא  $\theta = 48.2^\circ$   $\rightarrow \tan(\theta) = \frac{V_y}{V_x} = 1.118$

$$1.) \quad |\vec{v} - \vec{w}| = \sqrt{(\vec{v} - \vec{w})(\vec{v} - \vec{w})} = \sqrt{|\vec{v}|^2 - 2|\vec{v}||\vec{w}|\cos\phi + |\vec{w}|^2}$$

$$2.) \quad \vec{v} \cdot (\vec{v} - \vec{w}) = |\vec{v}| |\vec{v} - \vec{w}| \cos\alpha$$

$$\downarrow$$
$$\cos\alpha = \frac{|\vec{v}|^2 - |\vec{v}||\vec{w}|\cos\phi}{|\vec{v}| |\vec{v} - \vec{w}|} = \frac{|\vec{v}| - |\vec{w}|\cos\phi}{\sqrt{|\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2 - 2|\vec{v}||\vec{w}|\cos\phi}}$$

$$c.) \quad \cos\phi = 0:$$
$$(1.) \quad |\vec{v} - \vec{w}| = \sqrt{12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 9 \cos 0 + 9^2} = 3$$

$$(2.) \quad \cos\alpha = \frac{12 - 9}{3} = 1$$

$$\alpha = 0$$

**vectors**

given:  $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{b} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $\vec{c} = 4\hat{i} - 1\hat{j} + 3\hat{k}$

A.  $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = 3$  ;

$|\vec{b}| = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2} = 7$  ;

$|\vec{c}| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{26}$ ;

B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  angles :  $\alpha = \text{between } \vec{a}$ ;  $\beta = \text{between } \vec{b}$ ;  $\gamma = \text{between } \vec{c}$ ;

$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2 + 6 + 4) \cdot \hat{i} + (-2 - 3 - 1) \cdot \hat{j} + (-1 + 2 + 3) \cdot \hat{k} = (12, -6, 4)$ ;

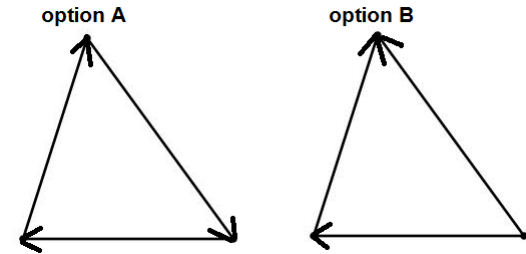
$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{12^2 + (-6)^2 + 4^2} = 14$ ;

$\cos(\alpha) = \frac{12 \cdot 2 + (-6) \cdot (-2) + 4 \cdot (-1)}{14 \cdot 3} = \frac{16}{21}$ ;  $\alpha = 40.37^\circ$ ;

$\cos(\beta) = \frac{12 \cdot 6 + (-6) \cdot (-3) + 4 \cdot 2}{14 \cdot 7} = 1$ ;  $\beta = 0^\circ$ ;

$\cos(\gamma) = \frac{12 \cdot 4 + (-6) \cdot (-1) + 4 \cdot 3}{14 \cdot \sqrt{26}} = 0.92$ ;  $\gamma = 22.4^\circ$ ;

C. There are 2 options for vector triangle:



option A : head to tail :  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (0, 0, 0)$  .

and also:  $(180^\circ - \theta_{ab}) + (180^\circ - \theta_{bc}) + (180^\circ - \theta_{ca}) = 180^\circ$ .

not our case ( $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (12, -6, 4)$ ) ;

option B: 2 vector addition gives the third vector  $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b}$ .

and also  $\theta_{ab} + \theta_{bc} + (180^\circ - \theta_{ca}) = 180^\circ$

$\vec{a} + \vec{c} = (2 + 4) \cdot \hat{i} + (-2 - 1) \cdot \hat{j} + (-1 + 3) \cdot \hat{k} = (6, -3, 2) = \vec{b}$

$\vec{b}$  is in the same direction as  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

therefore: 1. angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  equal  $40.37^\circ$ ; 2. angle between  $\vec{c}$  and  $\vec{b}$  equal  $22.4^\circ$ .

calculate angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{c}$ :

$\cos(\theta) = \frac{2 \cdot 4 + (-2) \cdot (-1) + (-1) \cdot 3}{3 \cdot \sqrt{26}} = 0.458$ ;  $\theta = 62.767^\circ$

$40.37^\circ + 22.4^\circ + (180 - 62.767^\circ) = 180^\circ$

**triangle!!!**

③ חשב את הנגזרת והשלימו

השלימו את הטבלה:

$$f(x) = \frac{1+x}{1-x} \quad .1$$

$$f(x) = x^2 e^{8x + \cos x} \quad .2$$

$$f(x) = 8(x \ln x - x)^3 \quad .2$$

$$f(x) = x^x \quad .3$$

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a, \quad \frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} fg = f \frac{d}{dx} g + g \frac{d}{dx} f$$

$$\frac{d}{dx} f(g) = f' \frac{d}{dx} g$$

\* נר. נר. מסוימים - אנשים נעים

$$f(x) = \frac{1+x}{1-x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{(1+x)}{(1-x)^2} (-1) = \frac{1}{1-x} + \frac{1+x}{(1-x)^2} = \frac{1-x+1+x}{(1-x)^2} = \frac{2}{(1-x)^2}$$

$$f''(x) = \frac{-4}{(1-x)^3} (-1) = \frac{4}{(1-x)^3}$$

$$f(x) = x^2 e^{\sin x + \cos x}$$

$$f'(x) = 2x e^{\sin x + \cos x} + x^2 e^{\sin x + \cos x} (\cos x - \sin x) = e^{\sin x + \cos x} (2x + x^2 (\cos x - \sin x))$$

$$f''(x) = e^{\sin x + \cos x} (2x + x^2 (\cos x - \sin x)) (\cos x - \sin x) + e^{\sin x + \cos x} (2 + 2x (\cos x - \sin x) - x^2 (\sin x + \cos x))$$

$$f(x) = 8(x \ln x - x)^3$$

$$f'(x) = 24(x \ln x - x)^2 (1 + \ln x - 1) = 24(x \ln x - x)^2 \ln x$$

$$f''(x) = 48(x \ln x - x) (\ln x)^2 + \frac{24}{x} (x \ln x - x)^2$$

$$f(x) = x^x$$

$$f'(x) = x x^{x-1} + x^x \ln x = x^x (1 + \ln x)$$

$$f''(x) = x^x (1 + \ln x)^2 + x^x \left(\frac{1}{x}\right) = x^x \left( (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x} \right)$$

$$\begin{aligned}f(x) &= \cos(2x) \\f(x)' &= -2\sin(2x) \\f(x)'' &= -4\cos(2x) \\f(x)''' &= 8\sin(2x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= \sin(x) \\f(x)' &= \cos(x) \\f(x)'' &= -\sin(x) \\f(x)''' &= -\cos(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{1-x^3}{2+x^2} \\f(x)' &= \frac{-3x^2}{2+x^2} - \frac{1-x^3}{(2+x^2)^2} 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= e^{4x} \\f(x)' &= 4e^{4x}\end{aligned}$$