אוניברסיטת בן גוריון בנגב

מדור בחינות

תאריך המבחן: 27.07.2012

שם המרצה: איתן רוטשטיין

שנה: תשע"ב **סמ'**: ב' **מועד**: ב'

מבחן ב: מבוא לפיסיקה

מספר קורס: 203-1-1361

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: מחשבון+דף נוסחאות מצורף

מס' נבחן: ________

כל שאלה שווה 25 נקודות. יש לענות 4 שאלות בלבד. נא לכתוב בצורה ברורה ומסודרת.

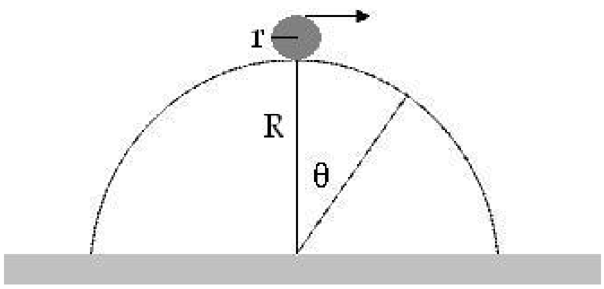
1. כדור בעל רדיוס r ומסה m מונח בפסגת משטח כדורי בעל רדיוס R. הכדור מתחיל להתגלגל ללא החלקה על המשטח הכדורי. מומנט ההתמד של הכדור הוא $I=\frac{2}{5}mr^2$.

א. מהי האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזוית θ (ציינו במפורש בתשובה היכן קבעת את גובה האפס)? (5 נק')

ב. מהי המהירות המשקית והזוויתית שפונקציה של הזוית θ? (5 נק')

ג. מהי הזווית שבה יתנתק הכדור מהמשטח? (10 נק')

ד. כעת כל המערכת נמצאת במעלית שמאיצה למעלה בתאוצה a. מהי הזווית שבה יתנתק הכדור מהמשטח במצב זה? (5 נק')

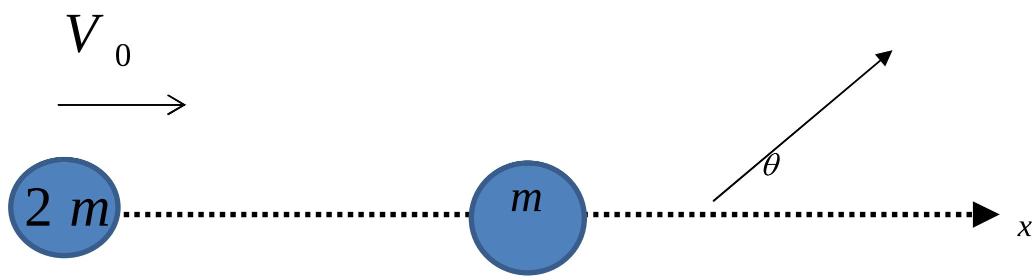


2. חלקיק נקודתי בעל מסה $2m$ מחליק על משטח אופקי חלק במהירות V_0 לאורך ציר x. החלקיק מתנגש בחלקיק אחר בעל מסה m הנמצא במנוחה. לאחר ההתנגשות נע החלקיק שמסתו m במהירות $0.5V_0$ בכיוון היוצר זווית θ עם ציר x.

א. מהי המהירות (גודל וכיוון) של החלקיק שמסתו $2m$ לאחר ההתנגשות? (10 נק')

ב. מהי הזווית θ המינימאלית האפשרית? רמז: ייתכן וההתנגשות אינה אלסטית אך לא ייתכן שהתווספה אנרגיה בעת ההתנגשות. (10 נק')

ג. מהו המתקף שפעל על החלקיק שמסתו $2m$ במשך ההתנגשות? (5 נק')

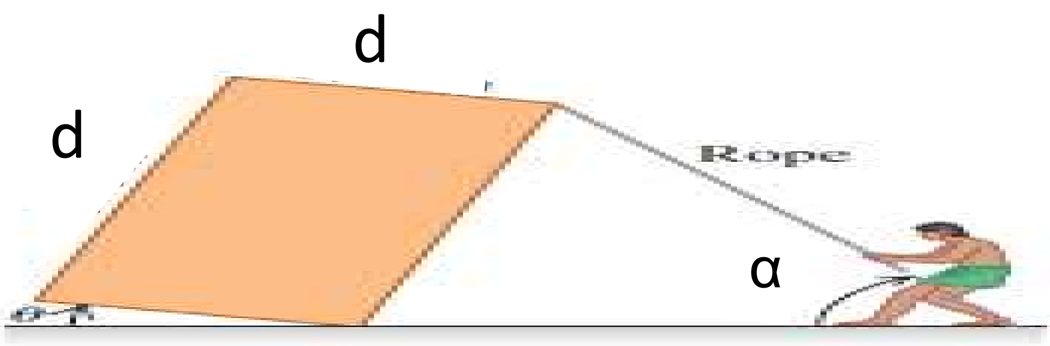


3. פועל מאזן בלוק ריבועי אחיד (דו מימדי), בעל מסה M ואורך מקצוע d, המוטה בזווית θ ע"י שימוש בחבל כמתואר בציור.

א. מהו הכוח שהפועל מפעיל על החבל? (10 נק')

ב. מה גודל כוח החיכוך הסטטי, כפונקציה של הזווית θ, הפועל בין הבלוק לרצפה? (10 נק')

ג. מהי הזווית θ שעבורה הכוח שהפועל מפעיל שווה לאפס? מה קורה כשהזווית גדולה מזווית זו? (הניחו שהזווית α אינה משתנה ושהבלוק אינו מחליק על הרצפה) (5 נק')



4. מטוטלת עם שתי מסות.

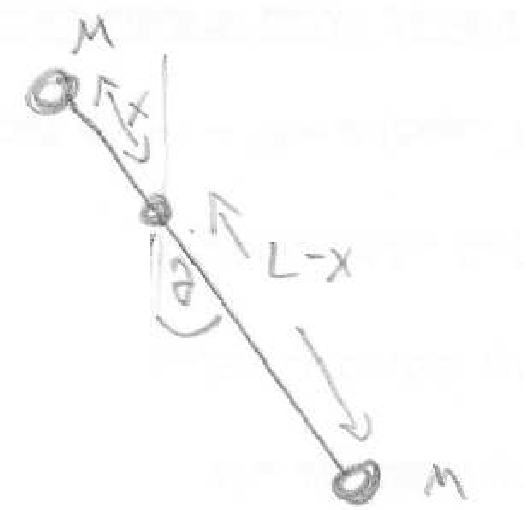
שתי מסות נקודתיות m מחוברות למוט חסר מסה באורך L. המוט מחובר לציר סיבוב חסר חיכוך הנמצא במרחק x מקצהו העליון. כוח גרביטציה, g , פועל כלפי מטה.

א. רשמו ביטוי לאנרגיה (פוטנציאלית וקינטית) כפונקציה של הזווית של המוט מהאנך, θ, ושל המהירות הזוויתית, $\dot{\theta}$. (10 נק')

ב. הראו שעבור זוויות קטנות מתקיימת תנועה הרמונית. מהי תדירות התנודות, ω? (10 נק')

ג. עבור אילו ערכים של x נקבל תדירות תנודות מקסימלית ועבור אילו ערכים נקבל מינימלית? הסבר בקצרה את התוצאות. (5 נק')

עבור זוויות θ קטנות מאוד: $Sin\theta \approx \theta$, $Cos\theta \approx 1-\frac{1}{2}\theta^2$.



5. מסה m_1 (אשר אינה ידועה) מחוברת לחוט חסר מסה ויורדת בתאוצה $a = g/2$. לקצה השני של החוט מחוברת מסה m_2 אשר נעה על גבי משטח אופקי חסר חיכוך. החוט עובר על גבי גלגלת אידיאלית בצורת גליל מלא עם מסה $m_2/2$ ורדיוס R. נתון שהחוט אינו מחליק על גבי הגלגלת.

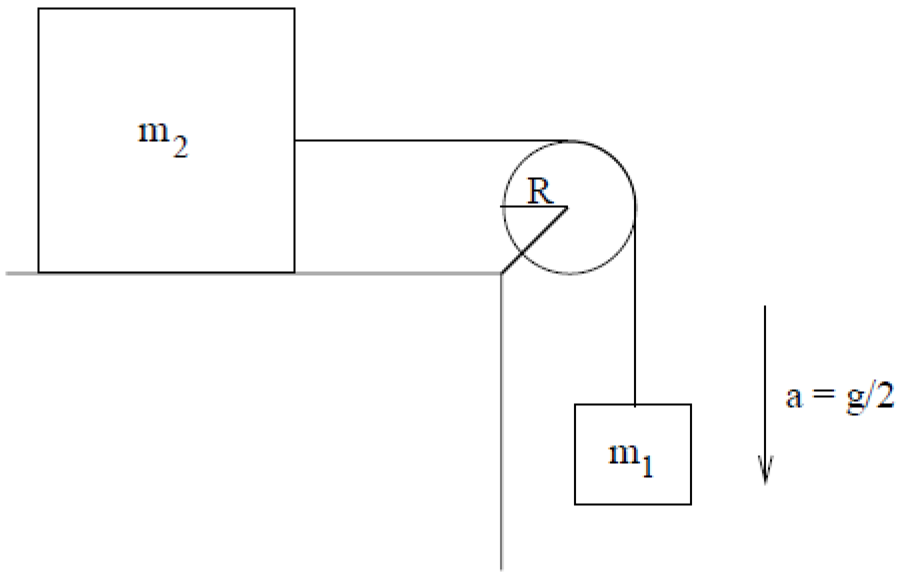
לא ניתן להשתמש ב- m_1 כנתון בשאלה זו.

א. מהי המתיחות בחוט האנכי? (5 נק')

ב. מהי המתיחות בחוט האופקי? (5 נק')

ג. מהי המסה m_1? (5 נק')

ד. כעת ניקח בחשבון שיש חיכוך קינטי בין המסה m_2 למשטח האופקי, כך שמקדם החיכוך בין המסה למשטח הוא μ_k. שאר נתוני השאלה לא השתנו. מהי המסה m_1 כעת? (10 נק')



!בהצלחה

שאלה 1

א) $U = Mgh = MgR\cos\theta$

ב) בשאלה יש שימור אנרגיה.

הכדור מתחיל ממנוחה כאשר כך האנרגיה $E = MgR$

$$E = MgR = MgR\cos\theta + \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

גלגול ללא החלקה $v = \omega r$

מומנט ההתמד של הכדור $I = \frac{2}{5}Mr^2$

$$MgR = MgR(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{5}Mv^2$$

$$V = \sqrt{\frac{10}{7}gR(1-\cos\theta)}$$

$$\omega = \frac{V}{r}$$

ג) הכדור יתנתק כאשר כח הנורמל יהיה שווה לאפס.

משוואת כוחות בציר שמקביל לכח הנורמל:

$$N - Mg\cos\theta = Ma_r = -\frac{Mv^2}{R} \longleftarrow$$ תאוצה רדיאלית

כאשר $N=0$:

$$gR\cos\theta = \frac{10}{7}gR(1-\cos\theta)$$

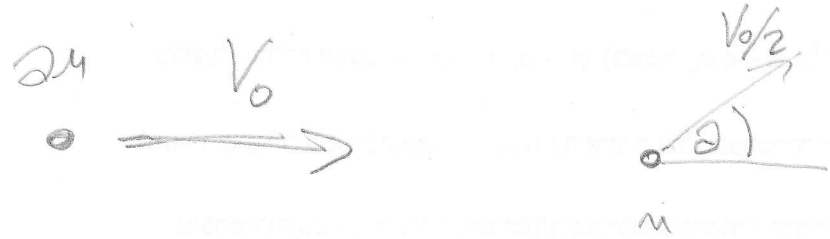
$$\cos\theta = \frac{10}{7}(1-\cos\theta)$$

$$\frac{17}{7}\cos\theta = \frac{10}{7}$$

$$\cos\theta = \frac{10}{17}$$

ד) כשהמערכת מאיצה למעלה בתאוצה a פועל על
הכדור כח מדומה למטה שגודלו ma.
ניתן להחליף $g \to g+a$ במהלך הפתרון.
מכיוון שהתשובה בסעיף ג' אינה תלויה ב- g
היא __לא תשתנה__.

שאלה 2



א) שימור תנע קווי

$$
\begin{cases}
x: & 2mV_0 = m\frac{V_0}{2}\cos\theta + 2mV_{1x} \\
y: & 0 = m\frac{V_0}{2}\sin\theta + 2mV_{1y}
\end{cases}
$$

$$\vec{V}_1 = V_0\left(1-\tfrac{1}{4}\cos\theta\right)\hat{x} - \tfrac{V_0}{4}\sin\theta\,\hat{y}$$

$$V_1^2 = V_0^2\left[\left(1-\tfrac{1}{4}\cos\theta\right)^2 + \left(\tfrac{1}{4}\sin\theta\right)^2\right]$$

$$= V_0^2\left[1-\tfrac{1}{2}\cos\theta+\tfrac{1}{16}\right] = V_0^2\left(\tfrac{17}{16}-\tfrac{1}{2}\cos\theta\right)$$

$$\tan\alpha = \frac{V_{1y}}{V_{1x}} = -\frac{\frac{1}{4}\sin\theta}{1-\frac{1}{4}\cos\theta} = -\frac{\sin\theta}{4-\cos\theta}$$

ב)

אנרגיה שאבדה = אנרגיה קינטית לפני − אנרגיה קינטית אחרי

$$\Delta E = \tfrac{1}{2}2mV_0^2 - \tfrac{1}{2}2mV_1^2 - \tfrac{1}{2}m\left(\tfrac{V_0}{2}\right)^2$$

$$= mV_0^2 - mV_0^2\left(\tfrac{17}{16}-\tfrac{1}{2}\cos\theta\right) - \tfrac{1}{8}mV_0^2$$

$$= mV_0^2\left(-\tfrac{3}{16}+\tfrac{1}{2}\cos\theta\right) \geq 0$$

$$\cos\theta \geq \tfrac{6}{16}$$

$$\cos\theta_{min} = \tfrac{6}{16}$$

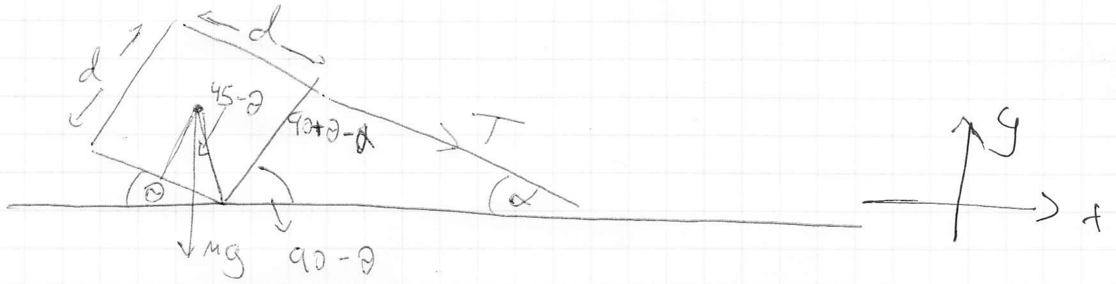
$$J = \Delta P$$

$$= 2mV_0 - 2mV_0\sqrt{\tfrac{17}{16} - \tfrac{1}{2}\cos 2\theta}$$

$$= 2mV_0\left(1 - \sqrt{\tfrac{17}{16} - \tfrac{1}{2}\cos 2\theta}\right)$$

(c)

שאלה 3



א) משוואת מומנט כח ביחס ~~[illegible]~~ לציר שעובר דרך נק' המגע

$$T d \sin(90+\theta-\alpha) - mg\frac{\sqrt{2}}{2} d \sin(45-\theta) = 0$$

הכח שמפעיל האדם $= T = \frac{\sqrt{2}}{2} mg \frac{\sin(45-\theta)}{\sin(90+\theta-\alpha)}$

ב) מכיוון שהמערכת בשיווי משקל יש שיוון כוחות בכל הכיוונים

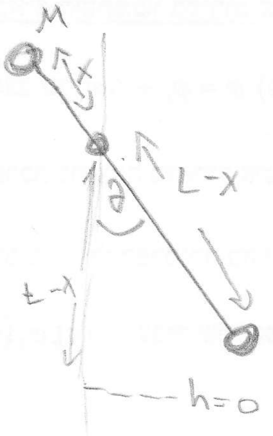
$$\begin{cases} x: & T\cos\alpha - f = 0 \\ y: & T\sin\alpha + N - mg = 0 \end{cases}$$

$$f = T\cos\alpha$$

ג) כאשר $\theta = 45^\circ$ וכח הכובד אינו מפעיל מומנט כח, הכח T יהיה שווה לאפס.

~~[illegible]~~ עבור $\theta > 45^\circ$, כח הכובד ו-T יפעילו מומנט כח באותו כיוון והגוף ייפול (אין נק' שיווי משקל לא יציבה)

שאלה 4



א)

$$E = Mg(L-x)(1-\cos\theta) + MgL - Mgx(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}Mx^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M(L-x)^2\dot{\theta}^2$$

$$E = \underbrace{MgL}_{\text{קבוע}} + Mg(L-2x)(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}M\left(x^2+(L-x)^2\right)\dot{\theta}^2$$

עבור זויות קטנות $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E = \frac{1}{2}Mg(L-2x)\theta^2 + \frac{1}{2}M\left(x^2+(L-x)^2\right)\dot{\theta}^2$$

$$\omega^2 = \frac{g(L-2x)}{x^2+(L-x)^2} = \frac{g}{L}\,\frac{L^2-2xL}{x^2+(L-x)^2}$$

ב) עבור $x=0$ נקבל $\omega^2 = \frac{g}{L}$, מטוטלת רגילה.

עבור $x=\frac{L}{2}$ נקבל $\omega^2=0$

צפוי מכיוון שציר הסיבוב הוא במרכז המסה..

שאלה 5

משוואת כוחות על M_1

$$M_1 g - T_1 = M_1 \frac{g}{2}$$

משוואת כוחות על M_2

$$T_2 = M_2 \frac{g}{2}$$

מומנטי כח על הגלגלת

$$RT_1 - T_2R = I\alpha$$

החוט אינו מחליק על הגלגלת

$$\alpha R = a = \frac{g}{2}$$

מומנט ההתמד של הגלגלת

$$I = \frac{1}{2}\frac{M_2}{2}R^2$$

$$\begin{cases} M_1 g - T_1 = M_1 \frac{g}{2} \\ T_2 = M_2 \frac{g}{2} \\ RT_1 - T_2R = \frac{1}{2}\frac{M_2}{2}R^2 \frac{g}{2R} \end{cases}$$

3 משוואות עם 3 נעלמים. נקבל

א ב+ג)

$$T_2 = M_2 \frac{g}{2}$$

$$T_1 = \frac{5}{8} M_2 g$$

$$M_1 = \frac{5}{4} M_2$$

ד)

$$\begin{cases} M_1 g - T_1 = M_1 \frac{g}{2} \\ T_2 - \mu_k M_2 g = M_2 \frac{g}{2} \\ R(T_1 - T_2) = \frac{1}{2}\frac{M_2}{2}R^2 \frac{g}{2R} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$T_2 = M_2 g\left(\mu_k + \frac{1}{2}\right), \quad T_1 = M_2 g\left(\mu_k + \frac{5}{8}\right), \quad M_1 = M_2\left(2\mu_k + \frac{10}{8}\right)$$