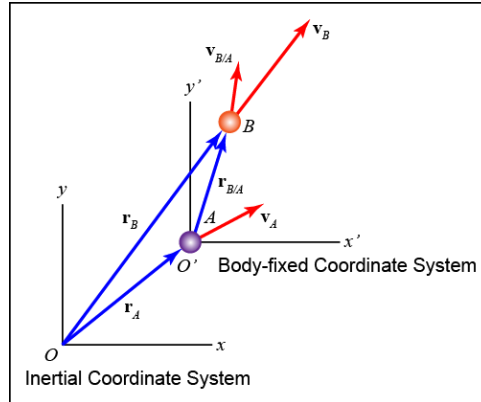


תרגול 6 – תנועה יחסית ותנועה מעגלית

תנועה יחסית ומהירות יחסית (גליליי):



במקרה בו שתי מערכות מתארות גוף, כאשר מערכת S נמצאת במנוחה ו-S' נעה במהירות \vec{v}_A (במקרה מערכת שנועה עם אדם שרץ במהירות קבועה). מיקום הכדור B במערכת S הוא \vec{r}_B ומיקום האדם ההולך $\vec{r}_A = \vec{v}_A t$

מיקום הכדור B כמו שהרץ רואה אותו הוא $\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \vec{r}_B - \vec{v}_A t$

אם נרצה לחשב את המהירות היחסית בין הגופים, נגזור לפי הזמן:

$$\vec{v}_{B/A} = \frac{d\vec{r}_{B/A}}{dt} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

כלומר שהקשר בין המהירות בין מהירות הכדור שנראית במערכת המנוחה \vec{v}_B לבין מהירות הכדור הנראית במערכת הנעה $\vec{v}_{B/A}$ הוא חיבור של האחרון ל- \vec{v}_A , המהירות היחסית אין המערכות.

אם נרצה למצוא את הקשר בין התאוצות, נגזור שוב לפי הזמן. (נזכור ש- \vec{v}_A קבוע בזמן ונקבל).

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B$$

חשוב לשים לב שהנוסחאות נכונות עבור מערכות אינרציאליות, כלומר מערכות הנעות במהירות קבועה.

תנועה מעגלית:

תנועה במסלול בעל רדיוס (מרחק) קבוע מנקודה כלשהיא.

עבור תנועה ברדיוס R, ניתן לכתוב את מיקום הגוף במרחק R ובזווית θ מציר \hat{x} .

מיקום הגוף:

$$\vec{r} = (r_x, r_y) = (R \cos \theta, R \sin \theta) = R(\cos \theta, \sin \theta) = R\hat{r}$$

אם גוף נע במעגל, הזווית θ משתנה עם הזמן, והנגזרת שלה מוגדרת להיות $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$, זוהי המהירות הזוויתית.)

אם נרצה לחשב את המהירות שהגוף נע בו.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = R \frac{d}{dt}(\cos \theta, \sin \theta) = R(-\dot{\theta} \sin \theta, \dot{\theta} \cos \theta) = R\dot{\theta}(-\sin \theta, \cos \theta) = R\dot{\theta}\hat{\theta}$$

גודל המהירות הוא $v = R\dot{\theta}$

והתאוצה:

$$\begin{aligned} \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} &= R \frac{d}{dt}\dot{\theta}(-\sin \theta, \cos \theta) + R\dot{\theta} \frac{d}{dt}(-\sin \theta, \cos \theta) = R\ddot{\theta}(-\sin \theta, \cos \theta) - R\dot{\theta}^2(\cos \theta, \sin \theta) \\ &= R\ddot{\theta}\hat{\theta} - R\dot{\theta}^2\hat{r} \end{aligned}$$

תאוצה רדיאלית: מאונכת למהירות.

$$a_{rad} = R\dot{\theta}^2 = \frac{v^2}{R}$$

תאוצה משקיית: מקבילה למהירות

$$a_{tan} = R\ddot{\theta} = \frac{dv}{dt}$$

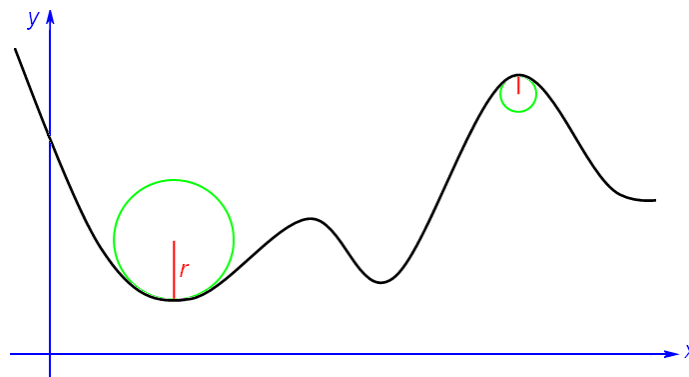
מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

מהירות: $v = \omega R$

תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

רדיוס העקמומיות הוא רדיוס המעגל התואם את המסלול בנקודה מסוימת. כלומר בנקודה מסוימת ניתן להתייחס לתנועה כתנועה מעגלית.



שאלה 1 <1 2402>

נתון: $\varphi = 38^\circ$, $v = 0.75 \frac{m}{s}$

נגדיר ציר y כלפי מעלה וציר x ימינה. \vec{v}_A היא מהירות הבת ו \vec{v}_B היא מהירות המוכר.

נבטא כל מהירות לפי רכיביה בצירים השונים:

$$\vec{v}_B = (v \cos \varphi, v \sin \varphi)$$

$$\vec{v}_A = (v \cos \varphi, -v \sin \varphi)$$

המהירות היחסית של המוכר (B) ביחס לבתו (A):

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = (0, 2v \sin \varphi) = 2 \cdot 0.75 \cdot \sin 38^\circ \frac{m}{s} = 0.92 \frac{m}{s}$$

המשמעות, מבחינת הבת האב עולה כלפי מעלה.

שאלה 2 <1 2500>

נתון חלקיק שנע במעגל בעל רדיוס R בתאוצה משיקית $a_t = const$ וללא מהירות התחלתית.

א.

$$a_t = \frac{dv}{dt} \rightarrow \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a_t dt$$
$$v - v_0 = a_t(t - t_0) \rightarrow v = a_t t$$
$$a_r = \frac{v^2}{R} = \frac{a_t^2}{R} t^2$$

ב. בתנועה מעגלית $v = \omega R$ וכמו כן $v = a_t t$ כך ש:

$$v = a_t t = \omega R = \frac{d\theta}{dt} R$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{a_t}{R} t \rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \frac{a_t}{R} t dt$$

$$\theta(t) = \frac{a_t t^2}{2R} \rightarrow t^2 = \frac{2R\theta}{a_t}$$

$$a_r = \frac{a_t^2}{R} \frac{2R\theta}{a_t} = 2a_t \theta \quad \text{מהסעיף הקודם נציב את הקשר האחרון שקיבלנו:}$$

שאלה 3 <1 2509>

מהירות הרכבת הממוצע: $v_{avg} = 200 \frac{m}{s}$ ותאוצה רדיאלית מקסימלית $a_{r,max} = 0.1 g$

$$a_r = \frac{v^2}{R}$$

.א

$$R = \frac{v^2}{a_r}$$

עבור מהירות נתונה, רדיוס עקמומיות מינימלי יתקבל עבור תאוצה ניצבת מקסימלית:

$$R_{min} = \frac{v_{avg}^2}{a_{r,max}} = \frac{200^2}{0.1 \cdot 10} = 40000 m = 40 km$$

ב. $v^2 = a_r R$ כלומר שמהירות מקסימלית תתקבל עבור תאוצה ניצבת מקסימלית. $R = 1 km = 1000 m$

$$v_{max} = \sqrt{a_{r,max} R} = \sqrt{0.1 \cdot 10 \cdot 1000} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10} = 31.62 \frac{m}{s}$$