



תאריך הבוחן : 14/7/2016
שם המרצה: פרופ' אהוד מירון
שנה: תשע"ו סמ' ב'
מס' הקורס: 0-203-1-1361
בחינת מועד א' בפסיקה 1ב

משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: מחשבון

מס' נבחן: _____

- בשאלות פתוחות יש לרשום פתרון באמצעות אותיות, להגיע לנוסחה סופית ולהציב מספרים רק בה.
- בשאלות אמריקאיות רק תשובות סופיות (בטופס) נבדקות

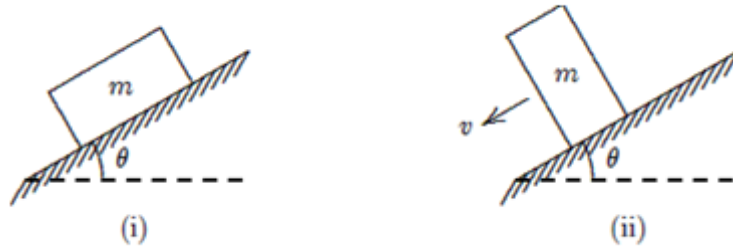
חלק א': שאלות אמריקאיות: כל שאלה שווה 5 נק'. יש לסמן את התשובה הנכונה על ידי X תחת האות המתאימה בטבלה בלבד.

ה	ד	ג	ב	א	תשובה שאלה
					1
					2
					3
					4
					5
					6
					7
					8

1. גוף מונח על משטח אופקי מחוספס עם מקדם חיכוך סטטי $\mu_s = 0.5$ ומקדם חיכוך קינטי $\mu_k = 0.4$. כוח אופקי קבוע מופעל על הגוף בעוצמה המינימלית הנדרשת לגרום לגוף הנמצא במנוחה להתחיל לנוע. תאוצת הגוף היא:

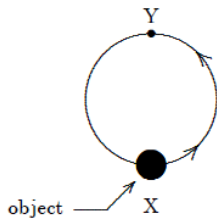
- א. 0
 ב. 0.98 m/s^2
 ג. 3.3 m/s^2
 ד. 4.5 m/s^2
 ה. 8.9 m/s^2

2. תיבה מונחת על מישור משופע פעם אחת כשפאתה הגדולה נמצאת במגע עם המישור ופעם שנייה כשפאתה הקטנה במגע עם המישור, כמתואר בשרטוט. כאשר הפאה הקטנה במגע עם המישור התיבה מחליקה למטה, וכשהפאה הגדולה במגע עם המישור התיבה נשארת במנוחה. ההסבר האפשרי הוא:



- א. הצד הקצר חלק יותר
 ב. כוח החיכוך קטן יותר כי שטח המגע קטן יותר
 ג. מרכז הכובד גבוה יותר במקרה השני
 ד. הכוח הנורמלי קטן יותר במקרה השני
 ה. כוח הכובד יותר קרוב לקצה של המישור במקרה השני

3. איש מזיז חפץ אשר מסתו 10 g במישור אנכי לאורך מסלול מעגלי שרדיוסו $r=20 \text{ m}$. החפץ מוזז מנקודה x הנמצאת בתחתית המסלול לנקודה y הנמצאת בדיוק מעליה, כמתואר בשרטוט. הזמן הכללי של כל התהליך הוא $t=0.75 \text{ min}$. העבודה שהאיש מבצע שווה בקירוב ל:



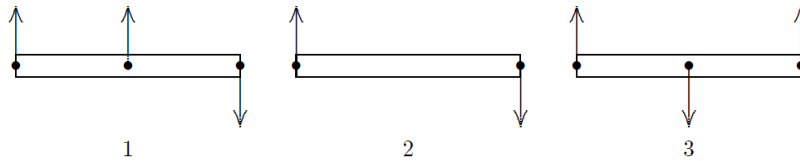
- א. 2J
 ב. 4J
 ג. 6J
 ד. 1J
 ה. 12J

4. אירוע שבו חלקיק אחד מתפרק לשניים כאשר רק אחד החלקים נותר במנוחה יהיה מפתיע כי:

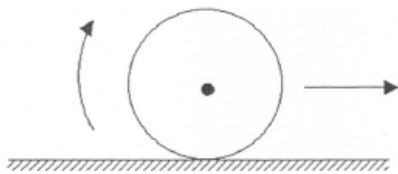
- א. האנרגיה אינה נשמרת בתהליך שכזה.
 ב. המסה אינה נשמרת בתהליך שכזה.
 ג. התנע הזוויתי אינו נשמר בתהליך שכזה.
 ד. התנע הקווי אינו נשמר בתהליך שכזה.
 ה. המטען אינו נשמר בתהליך שכזה.

5. על שלשה מקלות זהים ובעלי צפיפות אחידה פועלים שניים או שלשה כוחות זהים בגודלם וניצבים למקלות כמתואר בשרטוט. איזה מקל מבין השלשה יוכל להיות בשווי משקל סטטי אם כוח נוסף מופעל במרכז המסה של המקל?

- א. רק 1
 ב. רק 2
 ג. רק 3
 ד. רק 1 ו-2
 ה. כל השלשה



6. גלגל בעל רדיוס של חצי מטר מתגלגל ללא החלקה על גבי משטח אופקי. אם החל ממנוחה ונע בתאוצה זוויתית קבועה של 6 רדיאן לשנייה בריבוע מהו המרחק במטרים אותו עבר מרכז המסה של הגלגל בין הזמנים $t=0s$ ו- $t=3s$?



- א. 0
 ב. 27
 ג. 13.5
 ד. 18
 ה. אף אחת מהתשובות אינה נכונה

7. גוף בעל מסה של 2.0 kg מונח על ציר x , 3.0 m מ' מהראשית, ומתחיל לנוע ממנוחה בתאוצה קבועה $\vec{a} = 4.0\hat{i} - 3.0\hat{j} \text{ m/s}^2$. בתום 2 שניות התנע הזוויתי שלו ביחס לראשית הוא:

- א. 0
 ב. $-36\hat{k} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
 ג. $+48\hat{k} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
 ד. $-96\hat{k} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
 ה. $+96\hat{k} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

8. גוף בעל מסה M התלוי על קפיץ אנכי גורם לקפיץ להתארך ב- 9 mm כשהוא במצב שווי משקל. התדירות הזוויתית בשעה שהגוף מתנדנד מעלה ומטה היא:

- א. 0.088 rad/s
 ב. 33 rad/s
 ג. 200 rad/s
 ד. 1140 rad/s
 ה. בלתי ניתנת לחישוב ללא נתון המסה M .

חלק ב': שאלות פתוחות – כל שאלה 20 נק'

שאלה 1

פגז בעל מסה m נורה בזווית α ובמהירות V_0 . בפסגת מסלולו מתבקע הפגז לשני חלקים שווים. מהירות אחד החלקים לאחר הביקוע היא V_2 אנכית כלפי מטה.

א. מצאו את פסגת מסלול הפגז (לפני הביקוע).

ב. מצאו את וקטור המהירות של החלק השני של הפגז מיד לאחר ההתבקעות.

ג. באיזה מרחק מנקודת היריה יפגע החלק השני של הפגז בקרקע?

הניחו כי החיכוך עם האוויר זניח וכי מסלולי התנועה של הפגז וחלקיו לאחר ההתבקעות נמצאים כולם באותו מישור.

פתרון:

א. גובה הפסגה נקבע רק לפי תנועת הגוף בציר y.

$$0 = v_0^2 \sin^2 \alpha - 2g y_{mx} \rightarrow y_{mx} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$0 = v_0 \sin \alpha - g t_{mx} \rightarrow t_{mx} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$x_{mx} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$\vec{v}_{before} = v_0 \cos \alpha \hat{x} \quad \text{ב.}$$

$$\vec{u}_{2,after} = -v_2 \hat{y}$$

משימור תנע

$$\vec{p}_{before} = \vec{p}_{1,after} + \vec{p}_{2,after}$$

הפגז התחלק לשני חלקים שווים, נכתוב משוואות שימור תנע בשני צירים נפרדים:

ציר x

$$m v_0 \cos \alpha = \frac{m}{2} u_{1x}$$

ציר y

$$0 = \frac{m}{2} u_{1y} + \frac{m}{2} u_{2y}$$

$$u_{1x} = 2v_0 \cos \alpha$$

$$u_{1y} = v_2$$

ג. עבור המהירות ההתחלתית הנ"ל

$$0 = y_{mx} + v_2 t_f - \frac{g}{2} t_f^2$$

$$t_f = \frac{\left(\sqrt{v_2^2 + v_0^2 \sin^2 \alpha} + v_2 \right)}{g}$$

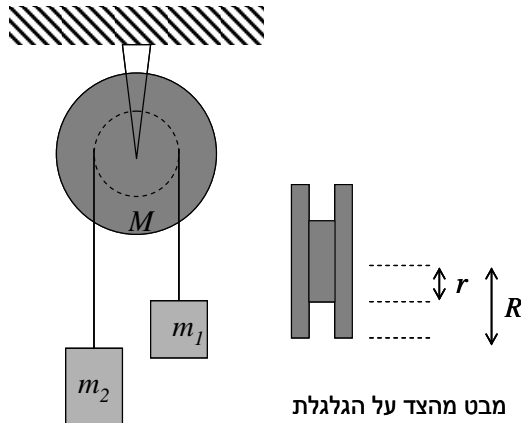
$$x_f = x_{mx} + 2v_0 \cos \alpha \frac{(\sqrt{v_2^2 + v_0^2 \sin^2 \alpha} + v_2)}{g}$$

$$= \frac{1}{2g} \left(v_0^2 \sin 2\alpha + 4v_0 \cos \alpha \left(\sqrt{v_2^2 + v_0^2 \sin^2 \alpha} + v_2 \right) \right)$$

שאלה 2

גוף בעל מסה m_1 וגוף נוסף בעל מסה קטנה יותר m_2 ($m_1 > m_2$) תלויים בעזרת חוט משני צידי גלגלת בעלת מסה M . הגלגלת מורכבת משתי דיסקות זהות בעלות רדיוס R המחוברות ביניהן בעזרת דיסקה אמצעית בעלת מסה זניחה ורדיוס r , כמתואר בציור. החוט מונח על הדיסקה האמצעית ואינו מחליק עליה. מומנט ההתמד של דיסקה ברדיוס R ומסה M הוא $I = MR^2/2$.

- מהן התאוצות הקוויות של הגופים והתאוצה הזוויתית של הגלגלת?
- מהן המתחים T_1 ו- T_2 בשני חלקי החוט?
- משחררים את המערכת ממנוחה. מהי מהירות הגוף הראשון לאחר שירד מרחק אנכי h ?



פתרון:

א. משוואת כוחות על המסות

$$m_1 g - T_1 = m_1 a$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 a$$

בנוסף, משוואת מומנטים כאשר סיבוב עם כיוון השעון הוא החיובי

$$rT_1 - rT_2 = I\alpha = \frac{MR^2}{2}\alpha$$

וגלגול בלי החלקה:

$$a = r\alpha$$

נציב את משוואות הכוחות במשוואת המומנטים

$$r(m_1(g - a) - m_2(g + a)) = \frac{MR^2}{2}\alpha$$

ונציב את הקשר בין התאוצה לתאוצה הזוויתית

$$r(m_1(g - ar) - m_2(g + ar)) = \frac{MR^2}{2}\alpha$$

$$\alpha \left(\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2 \right) = rg(m_1 - m_2)$$

$$\alpha = \frac{rg(m_1 - m_2)}{\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2}$$

$$a = \frac{r^2g(m_1 - m_2)}{\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2}$$

ב. נשתמש באותן משוואות כוחות עבור המתיחויות עם התאוצה שקיבלנו

$$T_1 = m_1(g - a) = m_1g \left(1 - \frac{r^2(m_1 - m_2)}{\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2} \right) = m_1g \left(\frac{\frac{MR^2}{2} + 2m_2r^2}{\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2} \right)$$

$$T_2 = m_2(g + a) = m_2g \left(1 + \frac{r^2(m_1 - m_2)}{\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2} \right) = m_2g \left(\frac{\frac{MR^2}{2} + 2m_1r^2}{\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2} \right)$$

ג. אם המערכת משוחררת ממנוחה $v(x=0) = 0$ ובנוסף התאוצה היא קבועה. לכן

$$v^2(x=h) = v^2(x=0) + 2ah = \frac{2hr^2g(m_1 - m_2)}{\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2} \rightarrow$$

$$v(x=h) = \sqrt{\frac{2hr^2g(m_1 - m_2)}{\frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)r^2}}$$

שאלה 3

גוף שמסתו $m = 2 [kg]$ נתון להשפעת כוח לא קבוע $\vec{F} = -(k_0x + k_1x^2)\hat{i}$, כאשר $k_0 = 2 [N/m]$ ו- $k_1 = 1 [N/m^2]$. מציבים את הגוף בנקודה $x = a = 0.8 [m]$ ומשחררים אותו ממצב מנוחה.

א. חשבו את האנרגיה הפוטנציאלית $U(x)$ הקשורה לכוח, ומצאו את האנרגיה הפוטנציאלית ההתחלתית. הניחו $U(0) = 0$.

ב. ציירו את $U(x)$ באופן סכמטי בקטע $-2 < x < 2$, והסבירו מדוע יבצע הגוף תנועה מחזורית כשמיקומו ההתחלתי הוא כפי שנתון למעלה.

ג. מהי המהירות המירבית של הגוף?

ד. מהי העבודה שהכוח יעשה בהעתקת הגוף מהנקודה ההתחלתית לנקודה הרחוקה ביותר שאליה יגיע?

ה. סעיף בונס (5 נקודות): הראו שעבור $a < 1$ הנקודה הרחוקה ביותר שאליה יגיע הגוף נתונה (לאחר הצבת הנתונים פרט לקבוע a) על ידי

$$x = -\frac{3+a}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4a}{3+a}} \right]$$

פתרון:

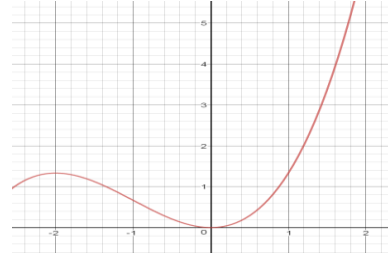
א. האנרגיה הפוטנציאלית:

$$U(x) - U(0) = - \int_0^x (-k_0x - k_1x^2) dx = \frac{k_0x^2}{2} + \frac{k_1x^3}{3}$$

עבור $U(0) = 0$

$$U(x) = \frac{k_0x^2}{2} + \frac{k_1x^3}{3}$$

$$U(a) = \frac{k_0a^2}{2} + \frac{k_1a^3}{3} = 0.81 \text{ J}$$



ב.

מתקיימת תנועה מחזורית, משום שעבור נקודת ההתחלה הנתונה הכוח שמופעל על הגוף הוא כוח מחזיר – מימין ל-0 הוא פועל שמאלה, ואילו משמאל ל-0 הוא פועל ימינה. קל לראות שהמקסימום של U משמאל ל-0 גדול מ- $U(a)$ ולכן לגוף אין מספיק אנרגיה להגיע אליו. כתוצאה מכך מובטח שהכוח משמאל ל-0 פועל ימינה.

ג. המהירות המירבית מתקבלת כאשר כל האנרגיה הפוטנציאלית מומרת לאנרגיה קינטית, כלומר

$$\frac{1}{2}mv^2 = U(a) \rightarrow v = \sqrt{\frac{2U(a)}{m}} = 0.9 \frac{m}{s}$$

ד. הנקודה הרחוקה ביותר שאליה הגוף יגיע מאופיינת במהירות 0. משימור אנרגיה, המשמעות היא שהאנרגיה היא כולה אנרגיה פוטנציאלית, ולכן העבודה שהכוח יעשה תהיה

$$W = U(max) - U(a) = 0$$

הסבר חלופי: ממשפט העבודה-אנרגיה, הפרש האנרגיות הקינטיות בשתי הנקודות הן 0, לכן בהכרח העבודה היא 0.

ה. נסמן את הנקודה הרחוקה ביותר שאליה הגוף יגיע ב- $x = -b$. בנקודה זאת מתקיים $U(-b) = U(a)$ ומכאן

$$0 = b^2 - a^2 - \frac{1}{3}(b^3 + a^3) = -(a+b) \left[(a-b) + \frac{1}{3}(a^2 - ab + b^2) \right]$$

מאחר ש- $a+b > 0$ (בחרנו את b להיות חיובי) הגורם בסוגריים המרובעים צריך להתאפס. קבלנו משוואה ריבועית עבור b שהפתרון שלה נותן את הביטוי המבוקש. שימו לב שהפתרון השני של המשוואה הריבועית הגדול יותר אינו רלוונטי כי נמצא מעבר למקסימום של U והגוף אינו יכול להגיע לשם.

בהצלחה!