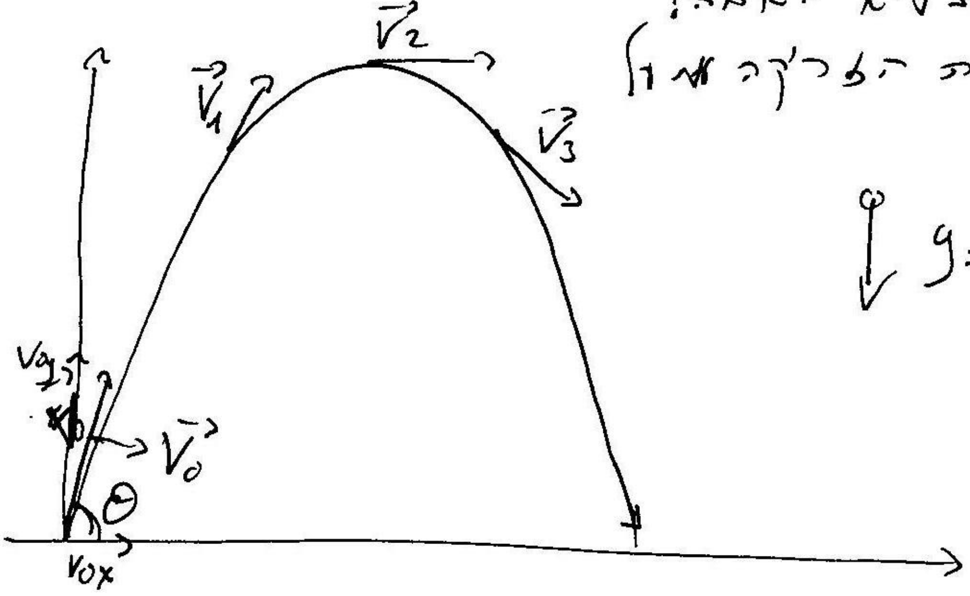
עצם נזרק מעלה כך שמהירותו בעת הזריקה גדולה פי-5 ממהירותו בשיא הגובה:

מצאו את זווית הזריקה מול האופק - θ.



$g = -10\,\frac{m}{s^2}$

(i) פירוק וקטורי:

$$V_{0x} = |\vec{V_0}| \cos\theta \qquad V_{0y} = |\vec{V_0}| \sin\theta$$

(ii) גודל המהירות

$$|\vec{V_0}| = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2}$$

(iii) בשיא הגובה

$$V_{2x} = V_{0x} \qquad V_{2y} = 0$$

$$|\vec{V_0}| = 5|\vec{V_2}| = 5|V_{0x}|$$

$$V_{0x}^2 + V_{0y}^2 = 25V_{0x}^2 \rightarrow V_{0y} = \sqrt{24}\,V_{0x}$$

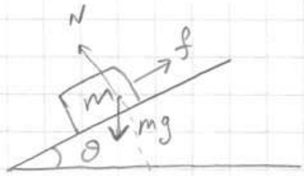
$$tg\theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{\sqrt{24}\,V_{0x}}{V_{0x}} = \sqrt{24}$$

$$\boxed{\theta = 1.37\,rad = 78^0}$$

בהצלחה!

4) חיכוך סטטי ודינאמי:

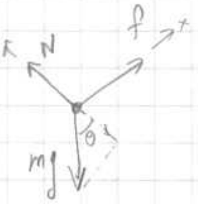
נתונים: $\mu_k=0.1$ $\mu_s=0.3$, $m = 5\ kg$



החיכוך הסטטי <u>המקסימלי</u> הינו:

$$f = \mu_s \cdot N$$

הזווית המקסימלית שבה <u>יתכן</u> שיווי-משקל:



$$\begin{cases} f - mg\sin\theta = 0 & \text{:בכיוון המישור} \\ N - mg\cos\theta = 0 & \text{:בכיוון ניצב למישור} \end{cases}$$

$$N = mg\cos\theta$$

$$f = \mu_s N = \mu_s \cancel{mg}\cos\theta = \cancel{mg}\sin\theta \leftarrow \text{!מסה לא משפיעה}$$

$$\tan\theta_{max} = \mu_s$$

$$\theta_{max} = \arctan\mu_s = 16.7^o$$

ב. תאוצה עבור זוויות שונות מחושבת ע"י חיכוך קינטי:

$$\begin{cases} mg\sin\theta - f = ma \\ N = mg\cos\theta \end{cases}$$

$$f_k = \mu_k \cdot N = \mu_k mg\cos\theta$$

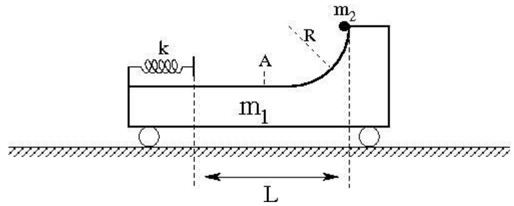
$$\cancel{m}g\sin\theta - \mu_k \cancel{m}g\cos\theta = \cancel{m}a$$

$$a = g[\sin\theta - \mu_k\cos\theta] \Leftarrow \text{לשים לב ליחידות}$$

$$a(\theta=45^o) = g\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(1-0.1) = 6.24\ m/s^2$$

$$a(\theta=60^o) = g\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - 0.1\cdot\frac{1}{2}\right] \approx 8\ m/s^2$$

כדור קרונית וקפיץ



א. 1. שימור תנע בכיוון בציר X, הגודל הוקטורי 0 נשמר.
2. שימור אנרגיה.

ב. שימור תנע בציר x ולכן:

$$m_1 \cdot v_{1(A)} + m_2 \cdot v_{2(A)} = 0$$

$$v_{2(A)} = \frac{-m_1}{m_2} \cdot v_{1(A)}$$

שימור אנרגיה ולכן:

$$\sum E_i = \sum E_A$$

$$m_2 \cdot g \cdot R = \frac{1}{2}(m_1 \cdot v_{1(A)}^2 + m_2 \cdot v_{2(A)}^2)$$

$$2 \cdot m_2 \cdot g \cdot R = m_1 v_{1(A)}^2 + m_2 \cdot (\frac{-m_1}{m_2} \cdot v_{1(A)})^2$$

$$v_{1(A)}^2 = \frac{2 \cdot m_2^2 \cdot g \cdot R}{m_1 \cdot m_2 + m_1^2}$$

$$\boxed{v_{1(A)} = \sqrt{2 \cdot \frac{m_2^2}{m_1(m_2+m_1)} \cdot g \cdot R}}$$

$$\boxed{v_{2(A)} = -\sqrt{2 \cdot \frac{m_1}{(m_2+m_1)} \cdot g \cdot R}}$$

ג.

ד. כאשר הכיווץ מקסימלי מהירות הקרונית והכדור זהות.

משימור תנע נקבל:

$$(m_1 + m_2) \cdot v_k = 0 \Rightarrow v_k = 0$$

משימור אנרגיה:

$$m_2 \cdot g \cdot R = \frac{1}{2} \cdot v_k^2 (m_1 + m_2) + \frac{1}{2} k \cdot \triangle s^2$$

$$\boxed{\triangle s_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot m_2 \cdot g \cdot R}{k}}}$$

ה. הדרך שעובר הכדור מרגע השחרור עד לרגע הכיווץ המקסימלי יחסית לקרונית $\triangle s_{max} + L$

נגדיר את מיקום הכדור בזמן 0 כ-x_0.

הדרך שעוברת הקרונית יחסית לצופה מהצד היא $\triangle x$, לכן הדרך שעובר הכדור יחסית לצופה מהצד $\triangle x - (\triangle s_{max} + L)$.

מרכז המסה לא משתנה לאורך התנועה ולכן:

$$0 = m_1 \cdot \triangle x + m_2 \cdot (\triangle x - (\triangle s_{max} + L))$$

$$\triangle x = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot (\triangle s_{max} + L)$$

$$\boxed{\triangle x = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot (\sqrt{\frac{2 \cdot m_2 \cdot g \cdot R}{k}} + L)}$$

רצ'ט

קודם כל נתאר את כלל הכוחות בבעיה. על המוט פועלים:

- כוח הכובד ממרכז המוט כלפי מטה.
- הכוח שנובע מהציר המקובע למוט מימין למעלה. גודלו וכיוונו לא ידועים.
- כוח הנורמל בנקודה המגע עם הדיסקה, כלפי מעלה.
- כוח החיכוך עם הדיסקה. אם הדיסקה נעה ימינה, הוא פועל ימינה ולהפך.

על הדיסקה פועלים:

- כוח הכובד ממרכז הדיסקה.
- הכוח הנובע מהציר במרכז הדיסקה.
- כוח הנורמל בנקודת המגע עם המוט, כלפי מטה.
- כוח החיכוך בנקודת המגע עם המוט, פועל באופן מנוגד לחיכוך שפועל על המוט. אם הדיסקה נעה ימינה הוא פועל שמאלה ולהפך.

נוכל למצוא את גודל כוח החיכוך בעזרת חישובי מומנט על המוט בלבד. המוט לא זז ולא מסתובב, ולכן סכום הכוחות וגם סכום המומנטים עליו מתאפס. הכי נוח יהיה לחשב את המומנטים ביחס לציר הסיבוב, מכיוון שזה יחסוך לנו את הבירור לגבי הכוח שהציר עצמו מפעיל. זה משאיר שלושה כוחות שמפעילים מומנטים. נשים לפני כוח החיכוך סימן $\pm$, וכך נבצע את שתי האפשרויות במכה (שהחיכוך שמאלה או ימינה).

$$
\begin{aligned}
\sum \tau &= 0 \\
\sum \tau &= Nl\sin\theta - mg\frac{l}{2}\sin\theta \pm fl\cos\theta = 0 \\
f &= \mu N \\
0 &= N - \frac{mg}{2} \pm \mu N\cot\theta = 0 \\
mg &= 2N\left(1 \pm \mu\cot\theta\right) \\
N &= \frac{mg}{2 \pm 2\mu\cot\theta} \\
f = \mu N &= \frac{\mu mg}{2 \pm 2\mu\cot\theta}
\end{aligned}
$$

אחרי כל הסיפור הזה, יש לנו את גודל כוח החיכוך, עבור שתי האפשרויות (ימינה ושמאלה). נחשב את התאוצה הזוויתית של הדיסקה. אם נבחר כציר את ציר הסיבוב של הדיסקה, ישאר רק מומנט אחד. המומנט של הציר ושל הכובד מתאפסים מכיוון שמרחקם מהציר אפסי, והמומנט של הנורמל מתאפס מכיוון שהוא בכיוון הרדיאלי. רק החיכוך מפעיל מומנט. אם כך, משוואת התאוצה הזוויתית פשוטה למדי:

$$
\begin{aligned}
\sum \tau &= I\alpha \\
\pm fR &= I\alpha \\
\alpha &= \pm\frac{fR}{I}
\end{aligned}
$$

עכשיו אנחנו צריכים לשאול את עצמנו מה הקשר בין תאוצה לבין זמן העצירה. על פי הגדרה, השינוי במהירות הסיבובית הוא התאוצה הסיבובית, ובמקרה של תאוצה קבועה המהירות הזוויתית מקבלת ביטוי פשוט. בעזרתו ניתן להביע את זמן העצירה:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = 0$$
$$t = \frac{-\omega_0}{\alpha} = \frac{-\omega_0}{\pm\frac{fR}{I}}$$

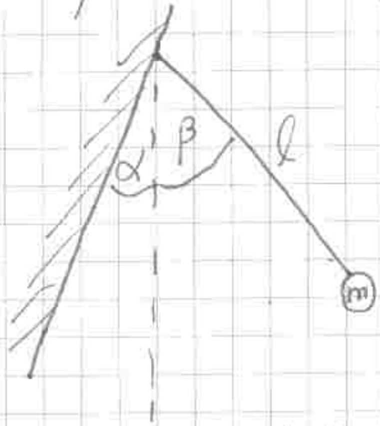
בהנחה שהמהירויות ההתחלתיות שמאלה וימינה היו זהות (אבל עם סימנים מנוגדים), היחס הוא פשוט:

$$\frac{t_+}{t_-} = \frac{\frac{\omega_0}{\frac{f_+R}{I}}}{\frac{\omega_0}{\frac{f_-R}{I}}} = \frac{f_-}{f_+} =$$
$$= \frac{\frac{\mu mg}{2-2\mu\cot\theta}}{\frac{\mu mg}{2+2\mu\cot\theta}} = \frac{1+\mu\cot\theta}{1-\mu\cot\theta} = \frac{\tan\theta+\mu}{\tan\theta-\mu}$$

כשהפעולה האחרונה של המרת הקוטנגנס לטנגנס נעשתה רק כדי שמי שקיבל פתרון עם טנגנס ידע שגם הוא נכון.

התוצאה שקיבלנו חסרת יחידות, כנאה ליחסים. אופן הפתרון היה כזה: מצאנו את כוח החיכוך משיקולי סטטיקה של המוט, ואז חישבנו את השינוי בתאוצה של הגוף התחתון. השינוי בתאוצה הופכי לשינוי בזמן.

④ נתונה מטוטלת התלויה מקיר עקום כמתואר בשרטוט.
היא מתחילה מתנודה כאשר $\beta>\alpha$. מצא את
זמן המחזור של התנועה: (הנח שבזמן ההתנגשות אין איבוד אנרגיה)
הנח $\alpha<\beta\ll 1$



פתרון: זמן המחזור של התנועה
הוא פעמיים הזמן שלוקח למטוטלת להתנגש בקיר.

משוואות הכוחות:
(עבור θ כללי)

$$ml\ddot{\theta} = -mg\sin\theta \approx -mg\theta$$

משוואת האוסילטור ← $\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\theta$

$$\Rightarrow \theta = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) \quad , \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$\theta(t=0)=\beta$ $\qquad$ $\dot{\theta}(t=0)=0$

$\Downarrow$ $\qquad$ $\Downarrow$

$A=\beta$ $\qquad$ $B\omega_0 = 0$

$$\Rightarrow \theta(t) = \beta\cos(\omega_0 t)$$

המטוטלת תתנגש מקיר כאשר

$$\theta(t) = -\alpha = \beta\cos(\omega_0 t)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t\right) = -\frac{\alpha}{\beta}$$

$$\sqrt{\frac{g}{l}}t = \arccos\left(-\frac{\alpha}{\beta}\right) \Rightarrow T = 2t = 2\sqrt{\frac{l}{g}}\arccos\left(-\frac{\alpha}{\beta}\right)$$