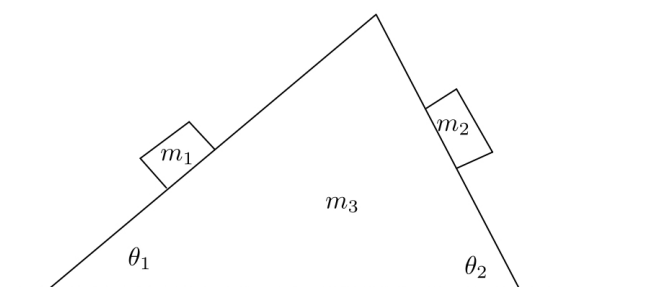


משולש בעל מסה m_3 וזוויות θ_1 ו θ_2 מונח על משטח אופקי חלק (ללא חיכוך). עליו מונחם גופים קטנים בעלי מסות m_1 ו m_2 , כפי שנראה בשרטוט. אין חיכוך בין הגופים לבין המשולש. משחררים את כל הגופים לנוע. מה התאוצה של המשולש?



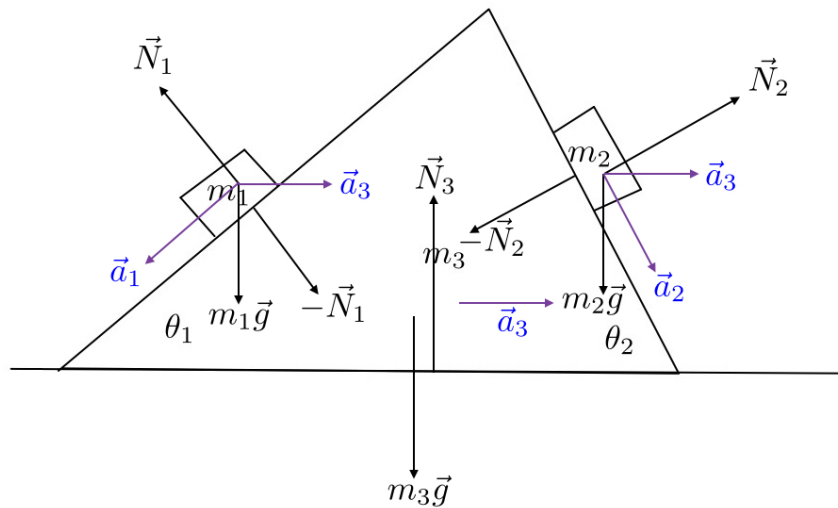
פתרון

נסמן את התאוצה של משולש ב a_3 ונניח שהיא ימינה. נסמן את התאוצות של הגופים ביחס למשולש ב a_1 ו a_2 ונניח ששניהם מחליקים למטה. בצורה טקטורית תאוצות הגופים ביחס למשטח הן

$$\vec{a}_1 + \vec{a}_3$$

$$\vec{a}_2 + \vec{a}_3$$

1



נרשום את חוק שני של ניוטון לכל גוף במצורה וקטורית:

$$\vec{N}_1 + m_1 \vec{g} = m_1 (\vec{a}_1 + \vec{a}_3) \quad (1)$$

$$\vec{N}_2 + m_2 \vec{g} = m_2 (\vec{a}_2 + \vec{a}_3) \quad (2)$$

$$m_3 \vec{g} + \vec{N}_3 + (-\vec{N}_1) + (-\vec{N}_2) = m_3 \vec{a}_3 \quad (3)$$

נרשום ברכיבים:

$$1, \parallel \vec{a}_1 : m_1 g \sin \theta_1 = m_1 (a_1 - a_3 \cos \theta_1) \quad (4)$$

$$1, \parallel \vec{N}_1 : N_1 - m_1 g \cos \theta_1 = -m_1 a_3 \sin \theta_1 \quad (5)$$

$$2, \parallel \vec{a}_2 : m_2 g \sin \theta_2 = m_2 (a_2 + a_3 \cos \theta_2) \quad (6)$$

$$2, \parallel \vec{N}_2 : N_2 - m_2 g \cos \theta_2 = m_2 a_3 \sin \theta_2 \quad (7)$$

$$3, \parallel \vec{a}_3 : N_1 \sin \theta_1 - N_2 \sin \theta_2 = m_3 a_3 \quad (8)$$

נשאר רק לפתור:

$$N_1 = m_1 g \cos \theta_1 - m_1 a_3 \sin \theta_1 \quad (9)$$

$$N_2 = m_2 g \cos \theta_2 + m_2 a_3 \sin \theta_2 \quad (10)$$

$$a_3 = \frac{m_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - m_2 \sin \theta_2 \cos \theta_2}{m_1 \sin^2 \theta_1 + m_2 \sin^2 \theta_2 + m_3} g \quad (11)$$

הנתונים שניתנו לנו הם:

- מסת הכדור היא: $m = 1.4kg$
- המתחות בחוט העליון (u): $T_u = 35N$
- המשולש הוא שווה צלעות, ואורך כל צלע: $l = 1.7m$

אבל כמו כן ידוע כי:

- הכדור נע בתנועה מעגלית ברדיוס $r = l \cos(30) = \frac{\sqrt{3}}{2}l$, ולכן התאוצה שלו בכיוון הרדיאלי היא:

$$a_r = m\omega^2 r$$

- החוטים מתוחים, ולכן אין תנועה בכיוון האנכי.

עכשיו עלינו לרשום את משוואת הכוחות, כאשר ציר y הוא האנכי, וציר x יהיה הציר הרדיאלי לכיוון מרכז המעגל. בכיוון ציר y

$$T_u \sin(30) - T_d \sin(30) - mg = 0$$

בכיוון ציר x

$$T_u \cos(30) + T_d \cos(30) = m\omega^2 r = m\omega^2 l \cos(30)$$

בסעיף א, נתבקשנו לספק את המתחות בחוט התחתון. העברת אגפים במשוואת התנועה בציר y תספיק לנו:

$$T_d = T_u - \frac{mg}{\sin(30)} \approx 35N - 14N \cdot 2 = 7N$$

בסעיף ב, עלינו לחשב את סך הכוחות שהגוף מרגיש, כלומר סכום וקטורי. ברור לנו ממשוואת הכוחות בציר y, שבציר זה סך הכוחות הוא אפס. נותר רק לחשב את הסך בציר x, והוא:

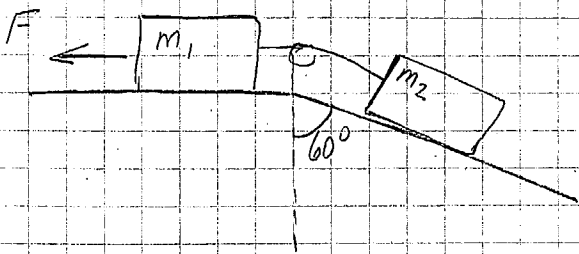
$$\sum F_x = T_u \cos(30) + T_d \cos(30) \approx (35N + 7N) \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 36.37N$$

סעיף ג מבקש את המהירות הזוויתית והמשיקית של הגוף. על פי משוואת הכוחות בכיוון הרדיאלי, נקבל:

$$\omega = \sqrt{\frac{T_u + T_d}{ml}} \approx 4.2 \frac{1}{sec}$$

והמהירות המשיקית היא:

$$v = \omega r = \omega l \cos(30) \approx 6.18 \frac{m}{sec}$$

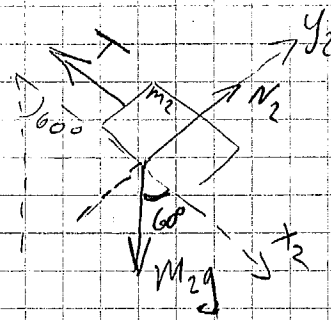
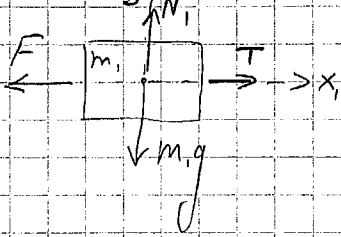


נתונים:

$m_1 = 15 \text{ kg}$

$m_2 = 30 \text{ kg}$

קבעו כוחות-כובות של כל קצת של צ'רים (כבדים):



(1) $\sum F_{x_1} = T - F = m_1 a$

(3) $\sum F_{x_2} = m_2 g \cos(60^\circ) - T = m_2 a$

(2) $\sum F_{y_1} = N_1 - m_1 g = 0$

(4) $N_2 - m_2 g \sin(60^\circ) = 0$

* הערה: כוח הכובד של המסה משתקף לשני הכוחות, המקימות הינו ככה כשניהם, והקואו צ'ר הכוחות ככה ככה ככה

לכן נחבר (1)+(3) נקבל:

$$m_2 g \cos(60^\circ) - F = (m_1 + m_2) a$$

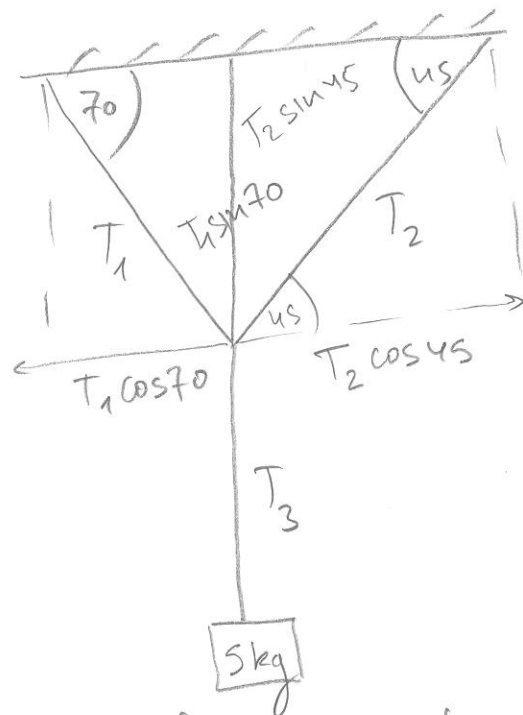
כלומר: $a=0$ (תנועה מתחילה קבועה):

$$m_2 g \cos(60^\circ) - F = 0$$

$$F = m_2 g \cos(60^\circ) = 30 \cdot 9.8 \cdot 0.5 \approx 147 \text{ N}$$

כ. $a = 2 \text{ m/s}^2$ (23)

$$F = m_2 g \cos(60^\circ) - (m_1 + m_2) \cdot a = 147 - 90 = 57 \text{ N}$$



הכבידות T_1, T_2 קבועים יציבים כדי שכל כוחות יהיו מאוזנים

$$\hat{x}: \begin{cases} -T_1 \cos 70 + T_2 \cos 45 = 0 \\ T_1 \sin 70 + T_2 \sin 45 - T_3 = 0 \end{cases}$$

$$\hat{y}: \begin{cases} T_3 - mg = 0 \end{cases}$$

$$T_2 = T_1 \frac{\cos 70}{\cos 45}$$

$$T_1 \left(\sin 70 + \frac{\cos 70}{\cos 45} \sin 45 \right) = mg \Rightarrow T_1 = \frac{mg}{\sin 70 + \cos 70 \operatorname{tg} 45}$$

$$T_1 = \frac{mg}{1.28} = 38.23 \text{ [N]}$$

$$T_2 = \frac{mg \cos 70}{\sin 70 + \cos 70 \operatorname{tg} 45} = \frac{mg}{\operatorname{tg} 70 + \operatorname{tg} 45} = \frac{mg}{3.74} = 13.07 \text{ [N]}$$

$$T_3 = mg = 49 \text{ [N]}$$

1.

$$\sum \vec{F} = T_1(\sin 30 \cdot \hat{y} + \cos 30 \hat{x}) + T_2(-\sin 30 \cdot \hat{y} + \cos 30 \hat{x}) + mg \hat{y}$$

2.

$$R = 1[m] \cdot \cos 30 = \sqrt{\frac{3}{2}}[m]$$

3.

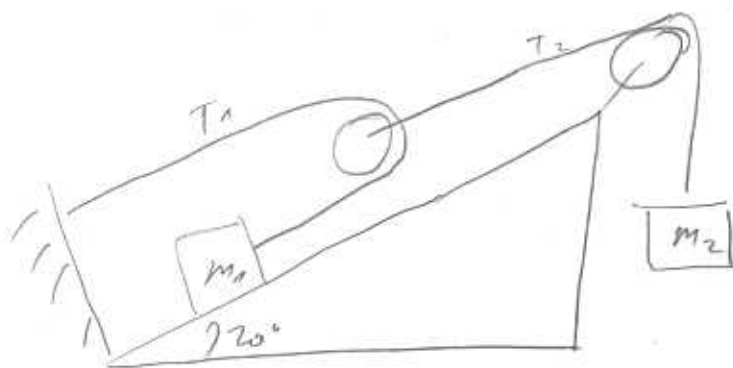
$$v = \omega R = 2\pi f \cdot R = 5\left[\frac{1}{\text{sec}}\right] \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}[m] = 5\sqrt{3}\pi\left[\frac{m}{\text{sec}}\right]$$

4.

$$\sum F_y = T_1 \sin 30 - T_2 \sin 30 - mg = 0$$

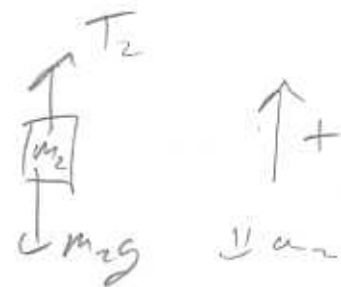
$$\sum F_x = T_1 \cos 30 + T_2 \cos 30 = m\omega^2 R = m \cdot 2\pi f \cdot R$$

e-10-2-207

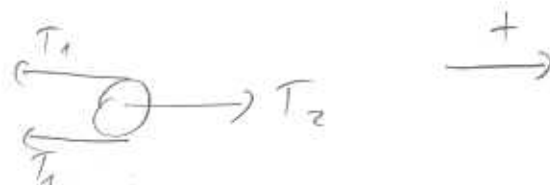


m_2 \rightarrow \downarrow

$$T_2 - m_2 g = m_2 a_2$$



rope \rightarrow \downarrow



$$T_2 - 2T_1 = 0 \cdot a$$

$$T_2 = 2T_1$$

m_1 \rightarrow \downarrow



$$T_1 - m_1 g \sin 20^\circ = m_1 a_1$$

rope \rightarrow \downarrow m_2

rope \rightarrow \downarrow m_1 \rightarrow \downarrow m_2

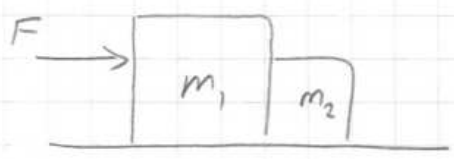
$$a_1 = -2a_2$$

$$2T_1 - m_2 g = m_2 a_2$$

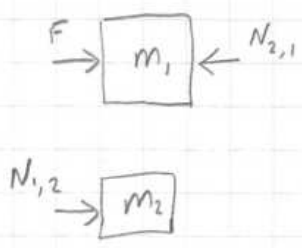
$$T_1 - m_1 g \sin 20^\circ = -2m_1 a_2$$

$$-4m_1 a_2 - 2m_1 g \sin 20^\circ - m_2 g = m_2 a_2$$

$$a_2 = -g \frac{m_1 \sin 20^\circ + m_2}{m_2 + 4m_1}$$



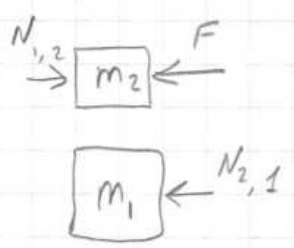
עבור כל אחד מהגופים, כלי ה-y הכוח הנורמלי מאזן את הכובד
 כלי ה-x מה שמשמעות הוא שלן הגופים נעים
 באותה תאוצה, נסמן אותה a.



$$\begin{cases} |F| - |N_{2,1}| = m_1 a \\ |N_{1,2}| = m_2 a \rightarrow a = \frac{|N_{1,2}|}{m_2} \end{cases}$$

$$F - |N_{1,2}| = \frac{m_1}{m_2} |N_{1,2}|$$

$$|N_{1,2}| = \frac{F}{1 + \frac{m_1}{m_2}} = \frac{3.2}{1 + \frac{2.3}{1.2}} \approx 1.1 \text{ N}$$



כיוון ההפוך:

$$\begin{cases} F - |N_{1,2}| = m_2 a \\ |N_{2,1}| = m_1 a \rightarrow a = \frac{|N_{2,1}|}{m_1} \end{cases}$$

$$F - |N_{1,2}| = m_2 \cdot \frac{|N_{2,1}|}{m_1}$$

$$|N_{1,2}| = \frac{F}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = \frac{3.2}{1 + \frac{1.2}{2.3}} = 2.1 \text{ N}$$