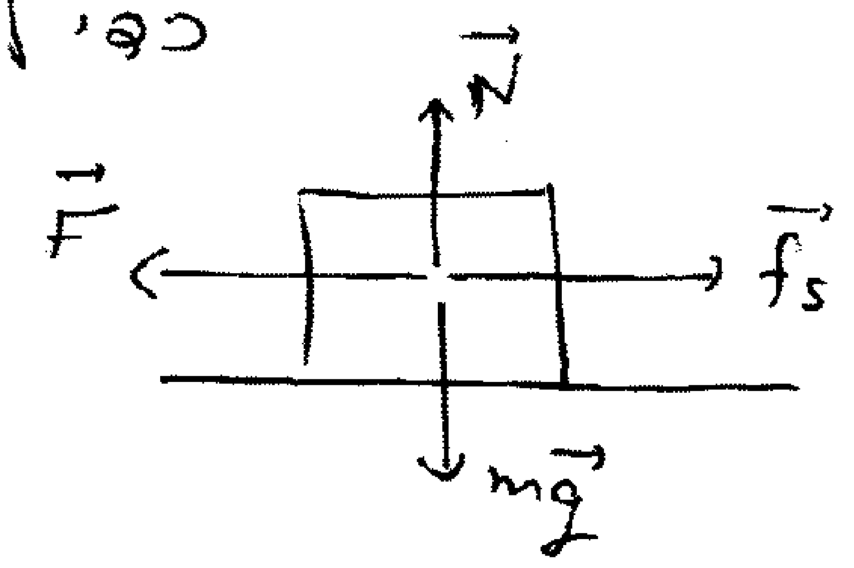
תרגול 5 - כוחות (המשך):

חיכוך

חיכוך - תכונות: גוף מונח על משטח, כוח פועל במקביל למשטח (לא חייב) כדי להזיז אותו:

(1)



$\vec{v}=0$

$F=f_s$, $\vec{f}_s$ - כוח חיכוך סטטי,
מקביל למשטח,
מנוגד ל- $\vec{F}$.

(2) $\vec{F}$ גדל אבל עדיין $\vec{v}=0$, עד ש- f_s מגיע למקסימום:
(וגם $\vec{f}_s$)

$$f_{s,max}=\mu_s N$$

μ_s - מקדם החיכוך הסטטי, N - כוח נורמלי מהמשטח.

אם $F>f_{s,max}$ ← הגוף מתחיל לנוע.

(3) אם הגוף מתחיל לנוע:

$$f_k=\mu_k N$$

μ_k - מקדם החיכוך הקינטי.

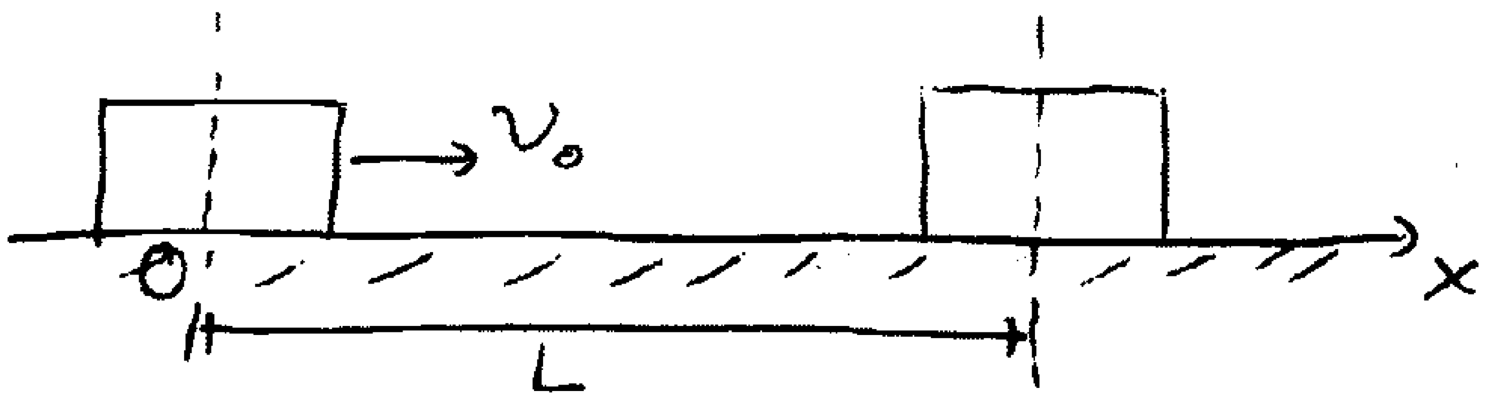
$\vec{f}_k$ - כוח חיכוך קינטי, מקביל למשטח, מנוגד לתנועה.

* המשוואות ב- (2) ו- (3) הן לא וקטוריות.

כוח מדומה: כאשר עובדים במערכת מואצת, נוסיף לחוק השני של ניוטון כוח $\vec{F}_0=-m\vec{a}_0$, כאשר $\vec{a}_0$ היא תאוצת המערכת.

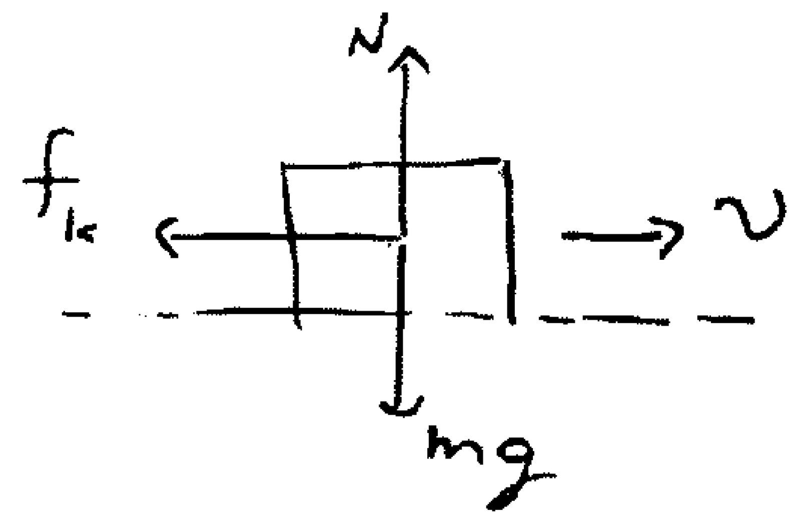
שאלה 1

(א)



$$x_0 = x(t=0) = 0$$
$$v(t=0) = v_0$$

יש למצוא את התאוצה :



$$f_k = \mu_k N$$

רכיב y:

$$N - mg = 0$$
$$N = mg$$

$$\Rightarrow \quad f_k = \mu_k mg$$

רכיב x:

$$-f_k = ma \quad \rightarrow \quad -\mu_k mg = ma$$
$$a = -\mu_k g$$

התאוצה קבועה אבל μ_k לא ידוע, לכן:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

בעצירה :

$$0 = v_0^2 + 2a(L - 0)$$
$$2aL = -v_0^2$$
$$a = \frac{-v_0^2}{2L}$$

נמצא את הזמן מתוך המשוואה למהירות:

$$v(t) = v_0 + at \ \underset{\text{עצירה}}{\rightarrow} \ 0 = v_0 + at$$

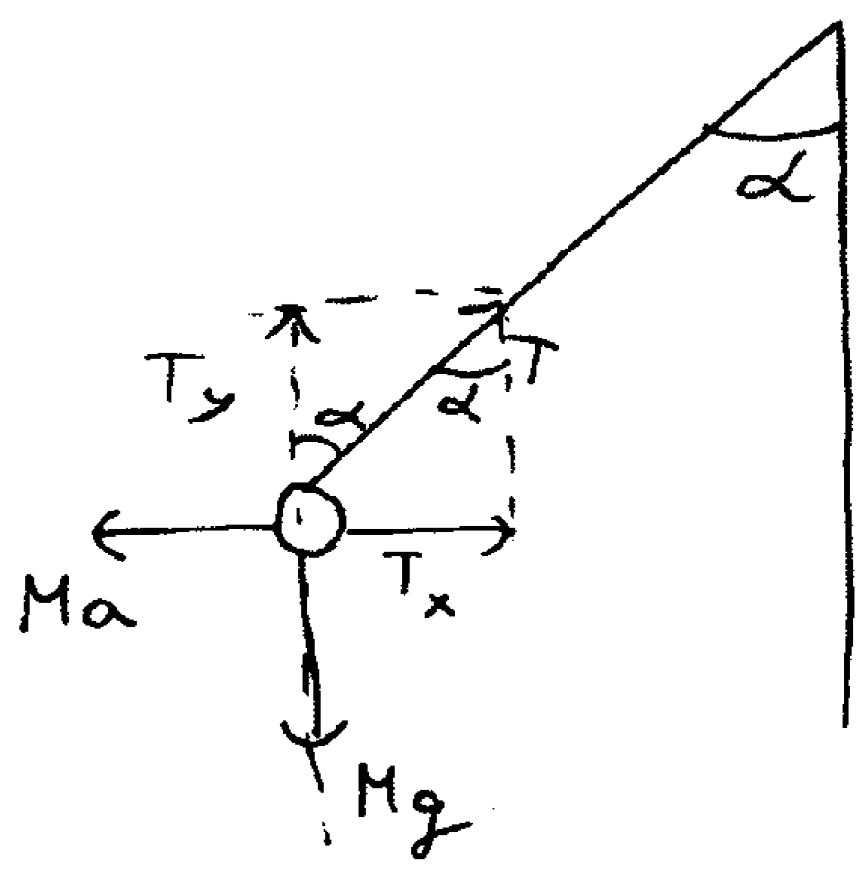
$$at = -v_0 \quad \longrightarrow \quad t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{v_0}{\frac{-v_0^2}{2L}} = \frac{2L}{v_0}$$

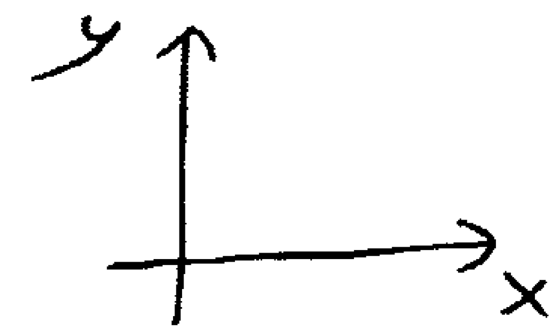
(ב) מסעיף א': $a = -\mu_k g$ וגם $a = -\frac{v_0^2}{2L}$, נשווה ביניהן:

$$-\mu_k g = -\frac{v_0^2}{2L} \quad \longrightarrow \quad \mu_k = \frac{v_0^2}{2gL}$$

שאלה 2

נבחר במערכת הקרונית $\Leftarrow$ המסה התלויה לא נעה: $\sum \vec{F}=0$





$$y:\ T\cos\alpha - Mg = 0$$

$$x:\ T\sin\alpha - Ma = 0 \quad (*)$$

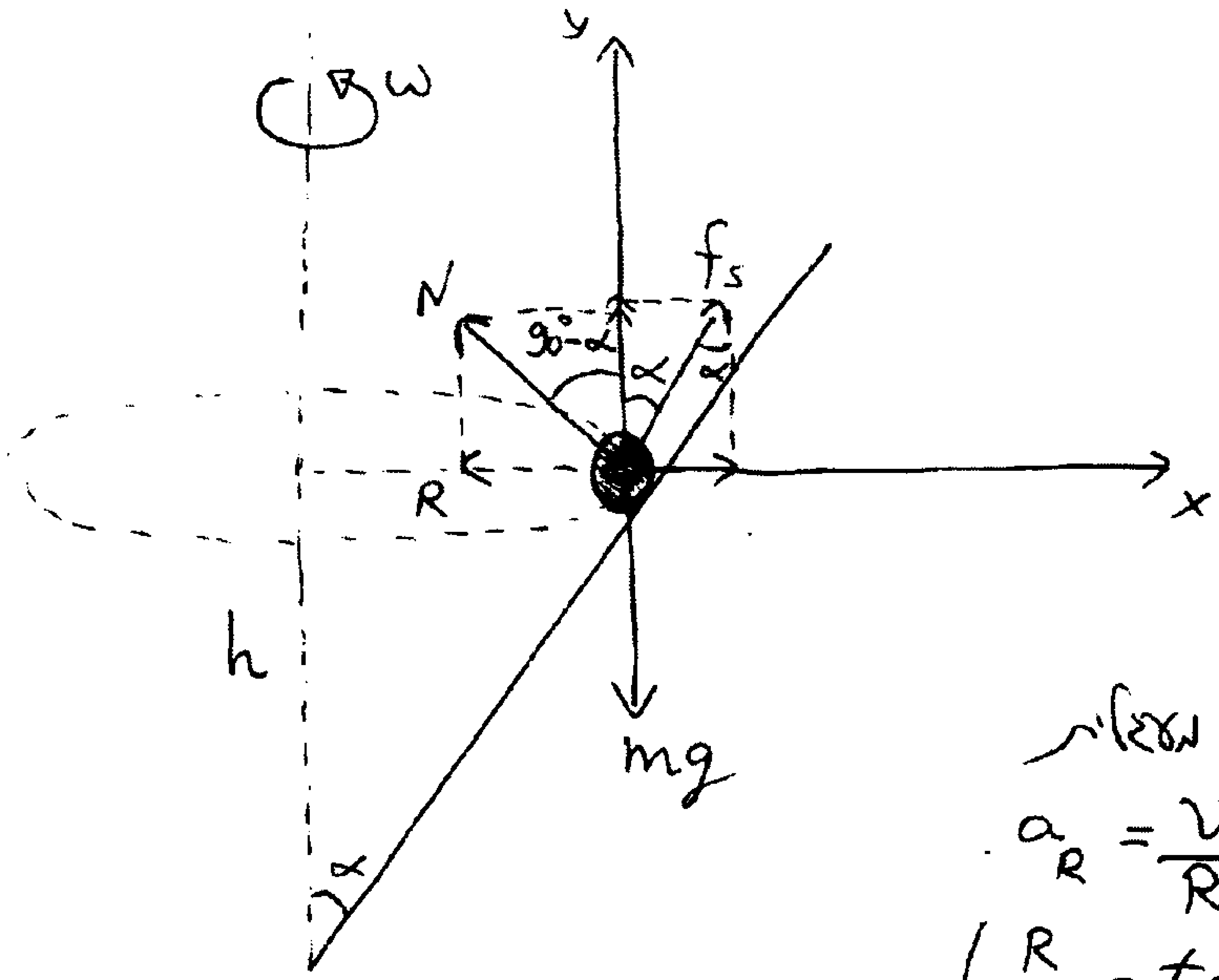
$$T = \frac{Mg}{\cos\alpha}$$

$$(*) \quad Mg\tan\alpha = Ma$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{g}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{a}{g}\right)$$

שאלה 3



המסה נעה בתנועה מעגלית בתאוצה $a_R = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$.

$$\left(\frac{R}{h} = \tan\alpha \rightarrow R = h\tan\alpha\right)$$

כדי שהמסה לא תחליק למעלה או במורד החרוט: $\sum F_y = 0$.

נמצא את המהירות הזוויתית המינימלית (המסה רוצה להחליק במורד החרוט):

$$y: \quad f_s\cos\alpha + N\sin\alpha - mg = 0 \qquad (1)$$

$$x: \quad f_s\sin\alpha - N\cos\alpha = -m\omega^2 R \qquad (2)$$

(*) ניתן לראות ממשוואה (2) ש- ω_{min} תתקבל עבור f_s מקסימלי $= \mu_s N$

(אפשר לכפול את משוואה (2) ב- 1- ...).

$$N(\mu_s\cos\alpha + \sin\alpha) = mg \qquad (3)$$

$$N(\mu_s\sin\alpha - \cos\alpha) = -m\omega_{min}^2 R \qquad (4)$$

נחלק את (4) ב- (3), נסדר ונקבל:

$$\omega_{min}^2 = \frac{g}{R}\cdot\frac{\cos\alpha - \mu_s\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu_s\cos\alpha} = \frac{g}{h}\left(\frac{\cot\alpha - \mu_s}{\tan\alpha + \mu_s}\right) \qquad (5)$$

עבור המהירות הזוויתית המקסימלית, $\vec{f_s}$ יהיה בכיוון הנגדי ובסופו של דבר נקבל:

$$\omega_{max}^2 = \frac{g}{h}\left(\frac{\cot\alpha + \mu_s}{\tan\alpha - \mu_s}\right)$$

(*) ראו דף הבא בשביל פירוט על ההסבר.

יש לנו את המשוואה

$$-m\omega^2 R = f_s\sin\alpha - N\cos\alpha$$

נכפיל הכל במינוס אחד.

$$m\omega^2 R = N\cos\alpha - f_s\sin\alpha$$

$$\omega^2 = \frac{N}{mR}\cos\alpha - \frac{f_s}{mR}\sin\alpha$$

מפה קל מאוד לראות ש-ω^2 יהיה הכי קטן כאשר f_s יהיה הכי גדול ולכן

$$f_s = f_{s,max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega^2_{min} = \frac{N}{mR}\cos\alpha - \frac{f_{s,max}}{mR}\sin\alpha$$

דרך קלה לראות את הפתרון של ω^2_{max}

במקרה ההפוך ל-ω^2_{min} כל מה שמשתנה זה הסימן של f_s, כלומר אנחנו מקבלים את המשוואות

y: $$-f_s\cos\alpha + N\sin\alpha - mg = 0$$

x: $$-f_s\sin\alpha - N\cos\alpha = -m\omega^2 R \quad /\times -1$$

$$f_s\sin\alpha + N\cos\alpha = m\omega^2 R$$

שוב אנחנו רואים שכאשר f_s הכי גדול אז ω^2 יהיה הכי גדול.

$$f_s = f_{s,max} \Rightarrow$$

$$-f_{s,max}\sin\alpha - N\cos\alpha = -m\omega^2_{max} R$$

עכשיו אם נגדיר

$$-f_{s,max} = -\mu_s N \equiv \tilde{\mu}_s N$$

נקבל

$$f_{s,max}\cos\alpha + N\sin\alpha - mg = 0$$

$$f_{s,max}\sin\alpha - N\cos\alpha = -m\omega^2_{max} R$$

אלו בדיוק אותן המשוואות ולכן הפתרון יהיה אותו הפתרון ←

$$\omega^2_{max} = \frac{g}{h}\left(\frac{\cot\alpha - \tilde{\mu}_s}{\tan\alpha + \tilde{\mu}_s}\right) = \frac{g}{h}\left(\frac{\cot\alpha + \mu_s}{\tan\alpha + \mu_s}\right)$$