

1/

עמוד 15 : תרגיל

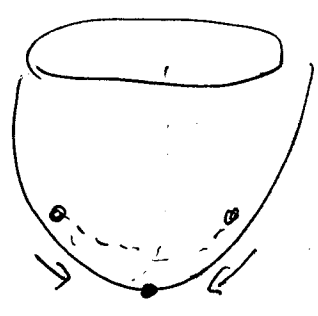
מנוחה או תנועה → הליכה של הקול



$$F(x) = -kx$$



$$F(x) = -kx$$



תנועה חופשית

מנוחה

תנועה חופשית

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$x = \underline{A} \cos(\omega t + \underline{\phi})$$

$$\frac{dx}{dt} = -A \sin(\omega t + \phi) \cdot \omega$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A \cos(\omega t + \phi) \cdot \omega^2$$

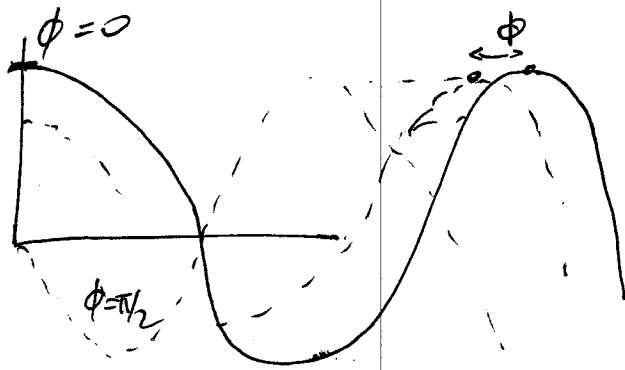
$$-A \cos \omega t \cdot \omega^2 + \frac{k}{m} \cdot A \cos(\omega t + \phi) = 0$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad : \text{זמן מחזור} \text{ } \mu\text{s}$$

$$\begin{aligned} X(t+T) &= A \cos(\omega t + \omega T + \phi) \\ &= A \cos(\omega t + 2\pi + \phi) \\ &= A \cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

* זמן מחזור T הוא הזמן שבו הפונקציה חוזרת לעצמה.
 * $\omega T = 2\pi$ (זווית מלאה)



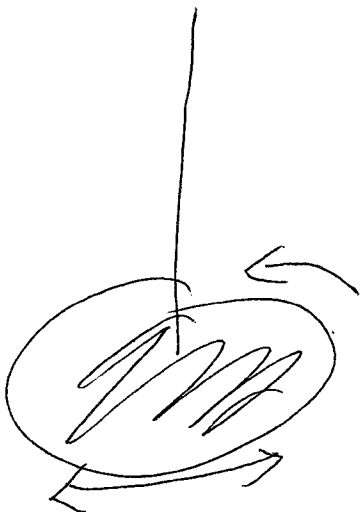
$$X(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$V(t) = -A \sin(\omega t + \phi)$$

$$X=0 \quad \text{זמן שבו } V \text{ היא } \pm A$$

פירוש פורמולות

המשוואות



$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

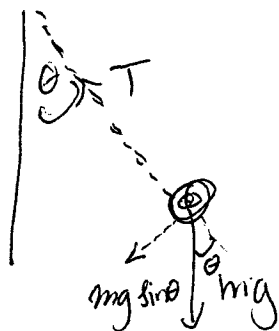
$$\tau = -k\theta \quad \text{אנטי-גמיש}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{I}\theta = 0$$

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$$

פירוש פורמולות



$$x = L\theta$$

$$F = -mg \sin\theta \sim -mg\theta$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F$$

$$mL \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

טרנזגה הינאניג לניסגה (עם קעזיכה)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt}$$
 מאפיין פל געניגער עק כוול מעגניג:
 נאקליגער דינאמיק
 געשליסן מעגלייך
 :
 כול "גרי"

פרינציפאל אור הישאלוג עם פל אור 3 גהאלמרוק אור 3

קפויף - טרנזגה הינאניג לאלו קעזיכה

נפויג עם גינאק לניבאניג אלהינאג. עק כווינא
 קעזיכה נאקסאורניגליג אלהינאג קבאלה.

$$m \dot{v} = -kx - b v$$
 איק סאנטימ:

$$\dot{x} = v$$

$$M \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -b/m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix}$$

לוינאיק ענימ עקלייך (גאכסאנימ אור הינאניג)

$$\det(M - \lambda I) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -k/m & -b/m - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda (\lambda + b/m) + k/m = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b/m \pm \sqrt{(b/m)^2 - 4k/m}}{2} = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}$$

$$\omega_0^2 \equiv k/m$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}$$

5/

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_2\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_1\right) X(t) = 0$$

! / 10017 / 1084 / 1084

$$X_1(t) = A_1 e^{-b/2m + \left(\sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}\right)t}$$

$$X_2(t) = A_2 e^{-b/2m - \left(\sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}\right)t}$$

$$X(t) = e^{-b/2m} \left(A_1 e^{+\left(\sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}\right)t} + A_2 e^{-\left(\sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}\right)t} \right)$$

פ'ק'ים / פ'ק'ים

$$\begin{aligned} \left(\frac{b}{2m}\right)^2 &= \omega_0^2 \\ \left(\frac{b}{2m}\right)^2 &> \omega_0^2 \\ \left(\frac{b}{2m}\right)^2 &< \omega_0^2 \end{aligned}$$

$$X(t) = e^{-b/2m} \left(A_1 e^{i\left(\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}\right)t} + A_2 e^{-i\left(\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}\right)t} \right)$$

$$= e^{-b/2m} \cdot A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

6/

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = \omega_0^2$$

קריטי

$$X(t) = A e^{-b/2m t}$$

זרימה או קריטי
פר דאמפטינג

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 > \omega_0^2$$

$$X(t) = e^{-b/2m t} (A_1 e^{+\Omega t} + A_2 e^{-\Omega t})$$

$$\Omega = \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}$$

$$X(t) = A_1 e^{-\Omega_1 t} + A_2 e^{-\Omega_2 t}$$

$$\Omega_1 = \frac{b}{2m} - \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2} > 0$$

$$\Omega_2 = \frac{b}{2m} + \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega_0^2} > 0$$

$$\Omega_1 < \Omega_2$$

זרימה או קריטי פר דאמפטינג

7/

תנאי שטח

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} + F_m \cos \omega_F t$$

- F_m כוח מחזורי
תנאי

פונקציות סינוס וקוסנוס

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_m \cos \omega_F t$$

פונקציות הילברט

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt}$$

(אנדרטקס) פונקציות
שינוי כוח

הכיוון של התנאים, פונקציות הן כוחות התנאים

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_m \cos \omega_F t$$

$$x(t) = A \cos(\omega_F t + \phi)$$

$$x(t) = \frac{F_m}{\sqrt{m^2(\omega_F^2 - \omega_0^2)^2 + b^2 \omega_F^2}} \cos(\omega_F t + \phi)$$

$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ - התנאי
הכוחות
התנאי

$$\omega_F^2 \gg \omega_0^2$$

כיוון קבוע!

תנאי - $\omega_F^2 = \omega_0^2$
כוחות

$$\omega_F^2 \ll \omega_0^2$$