

- א. ההתנגשות אלסטית והמוט אינו מקובע בשום ציר. בנוסף אין חיכוך או כוחות חיצוניים אחרים. מכאן- הגדלים השמורים במערכת הינם אנרגיה, תנע קווי ותנע זוויתי.
- ב. נשתמש בחוקי השימור של האנרגיה, התנע הקווי והתנע הזוויתי בהתאמה:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MU^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mv = MU$$

$$mv\frac{L}{2} = I\omega$$

נפתור עבור יחס המסות, כאשר ידוע כי מומנט ההתמד לסיבוב של מוט סביב מרכז המסה

$$I = \frac{1}{12}ML^2 \text{ ונקבל כי- } \boxed{\frac{m}{M} = \frac{1}{4}}$$

במערכת ישנם חוקי השימור הבאים:

1. שימור תנע זוויתי בעת ההתנגשות
2. שימור אנרגיה לאחר ההתנגשות

אין שימור תנע קווי היות והמוט מקובע בציר.

א. חישוב מומנט ההתמד של מוט דק סביב קצהו:

$$I = \int \vec{r}_\perp^2 dm = \left\{ \begin{array}{l} dm = \lambda dx \\ \vec{r}_\perp^2 = x^2 \end{array} \right\} = \lambda \int_0^L x^2 dx = \lambda \frac{L^3}{3} = \left\{ \lambda = \frac{M}{L} \right\} = \boxed{\frac{1}{3} ML^2}$$

ב. כאמור, מתקיים חוק שימור התנע הזוויתי. נדרוש כי התנע הזוויתי של המערכת לפני ההתנגשות - $J_i = m_{\text{bullet}} v l$, כאשר l הוא המרחק האנכי של נקודת פגיעת הקליע מציר הסיבוב של המוט, שווה לתנע הזוויתי של המערכת אחרי ההתנגשות - $J_f = I \omega$. כאן הזנחנו את מסת הקליע ביחס למסת המוט. מכאן-

$$\omega = \frac{m_{\text{bullet}} v l}{I} = \left\{ I = \frac{1}{3} ML^2 \right\} = \boxed{\frac{3m_{\text{bullet}} v l}{ML^2}}$$

ג. נשתמש בחוק שימור האנרגיה מיד לאחר ההתנגשות. האנרגיה בנק' ההתנגשות היא - $E_i = \frac{1}{2} I \omega^2$, ובנקודת הסיום כאשר המוט במנוחה - $E_f = Mg \frac{L}{2} (1 - \cos \alpha)$. יש לשים לב שאת האנרגיה הפוטנציאלית מחשבים עבור מרכז המסה. כלומר, יש לחשב בכמה "עלתה" נקודת מרכז המסה של המוט על מנת להבין מהו הרווח באנרגיה הפוטנציאלית. מכאן:

$$I \omega^2 = MgL(1 - \cos \alpha)$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{I \omega^2}{MgL} = 1 - \frac{ML^2}{3MgL} \left(\frac{3m_{\text{bullet}} v l}{ML^2} \right)^2 = \boxed{1 - \frac{3m_{\text{bullet}}^2 v^2 l^2}{M^2 g L^3}}$$

$$\left[\frac{3m_{\text{bullet}}^2 v^2 l^2}{M^2 g L^3} \right] = \frac{(\text{kg})^2 \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right)^2 \text{m}^2}{(\text{kg})^2 \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right) \text{m}^3} = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$$

נוודא כי הגודל שבמסגרת אכן חסר יחידות: $\frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$

1-6600

$$m = 30 \text{ kg}$$

$$M = 100 \text{ kg}$$

$$I = 150 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\tilde{m} = 1 \text{ kg}$$

$$R = 2 \text{ m}$$

$$V = 12 \text{ m/s} \quad \theta = 37^\circ$$

$$1c) J_i = \tilde{m} V_{\perp} R = \tilde{m} V \cos 37^\circ R$$

$$J_f = (I + mR^2) \omega$$

$$J_i = J_f \Rightarrow (I + mR^2) \omega = \tilde{m} V \cos \theta R$$

$$\omega = \frac{\tilde{m} V \cos \theta R}{I + mR^2} = \frac{1 \cdot 12 \cdot \cos 37^\circ \cdot 2}{150 + 30 \cdot 4} = 0.07 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$2) V = \omega R = 0.14 \text{ m/s}$$