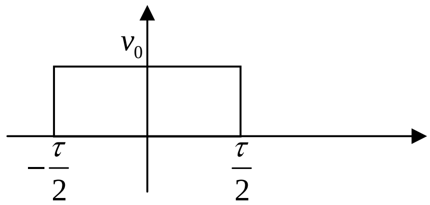
2) א.



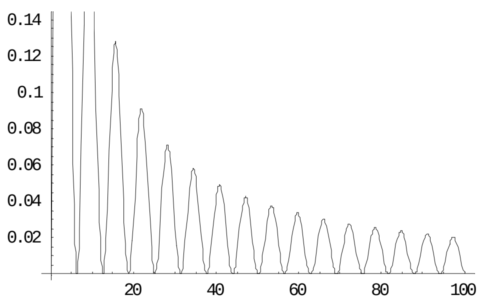
$$v_{gen}(t)=\begin{cases} v_0 & -\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2} \\ 0 & else \end{cases}$$

$$v_{gen}(t)=\int_0^\infty A(\omega)\sin\left(\omega t\right)d\omega+\int_0^\infty B(\omega)\cos\left(\omega t\right)d\omega$$

$$A(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} v_{gen}(t)\sin(\omega t)dt=\frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} v_0\sin(\omega t)dt=0$$

$$B(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} v_{gen}(t)\cos(\omega t)dt=\frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} v_0\cos(\omega t)dt=2\frac{v_0}{\pi\omega}\sin\frac{\omega\tau}{2}$$

אם נתבונן בספקטרום התדרים שנתקבל נראה כי התרומה העיקרית היא מתדרים נמוכים



ב. כעת, נכניס את הפולס לפילטר. הפילטר מסלק את התדירויות הנמוכות מ-$\frac{1}{\tau}$

כלומר, הגבולות האינטגרל לא יהיו מ-0 עד אינסוף, אלא מ-$\frac{1}{\tau}$ עד אינסוף.

$$v_f(t)=\int_{\frac{1}{\tau}}^{\infty} B(\omega)\cos\left(\omega t\right)d\omega$$

כאשר $v_f(t)$ הוא אות המתח היוצא מהמסנן. כעת נציב את $B(\omega)$.

$$v_f(t)=\int_{\frac{1}{\tau}}^{\infty} 2\frac{v_0}{\pi\omega}\sin\frac{\omega\tau}{2}\cos(\omega t)\,d\omega$$

את המכפלה של סינוס בקוסינוס נהפוך לסכום סינוסים:

$$v_f(t)=\frac{v_0}{\pi}\left[\int_{\frac{1}{\tau}}^{\infty}\frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}-\omega t\right)}{\omega}d\omega+\int_{\frac{1}{\tau}}^{\infty}\frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}+\omega t\right)}{\omega}d\omega\right]$$

נפתור את האינטגרלים בעזרת ההגדרות של SinIntegral:

$$v_f(t)=\frac{v_0}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}\mathrm{sign}\left(\frac{\tau}{2}-t\right)-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}-t}{\tau}\right]+\frac{\pi}{2}\mathrm{sign}\left(\frac{\tau}{2}+t\right)-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}+t}{\tau}\right]\right]$$

נתבונן בתוצאה ב-3 תחומים:

$$v_f(t)=\begin{cases}\frac{v_0}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}-t}{\tau}\right]-\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}+t}{\tau}\right]\right] & t<-\frac{\tau}{2}\\ \frac{v_0}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}-t}{\tau}\right]+\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}+t}{\tau}\right]\right] & -\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2}\\ \frac{v_0}{\pi}\left[-\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}-t}{\tau}\right]+\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}+t}{\tau}\right]\right] & t>\frac{\tau}{2}\end{cases}$$

נסדר מעט את הפתרון:

$$v_f(t)=\begin{cases}\frac{v_0}{\pi}\left[\mathrm{Si}\left[\frac{t-\frac{\tau}{2}}{\tau}\right]-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}+t}{\tau}\right]\right] & t<-\frac{\tau}{2}\\ \frac{v_0}{\pi}\left[\pi-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}-t}{\tau}\right]-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}+t}{\tau}\right]\right] & -\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2}\\ \frac{v_0}{\pi}\left[\mathrm{Si}\left[\frac{t-\frac{\tau}{2}}{\tau}\right]-\mathrm{Si}\left[\frac{\frac{\tau}{2}+t}{\tau}\right]\right] & t>\frac{\tau}{2}\end{cases}$$

נשים לב כי קיבלנו את אותה התוצאה כמו בתרגול (בהזזה של $\frac{\tau}{2}$, כמובן) למרות שספקטרום התדירויות השתנה משמעותית (לפחות עבור A).

ג. נציב את הערכים בתחומים המתאימים:

עבור t=1 sec פונקציית ה-sign מתאפסת (לפי ההגדרה), לכן נתבונן בפתרון הכללי: $v_f(1)=\frac{5}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}[1]\right]=1V$.

עבור t=10 sec נבחר בתחום השלישי $v_f(10)=\frac{5}{\pi}\left[\mathrm{Si}[4.5]-\mathrm{Si}[5.5]\right]=0.3V$.

עבור t=20 sec נבחר בתחום השלישי

$$v_f(20)=\frac{5}{\pi}\left[\mathrm{Si}[9.5]-\mathrm{Si}[10.5]\right]=0.08V$$

ניתן לראות שהפולס ארוך יותר (כי הפחתנו במספר התדירויות).