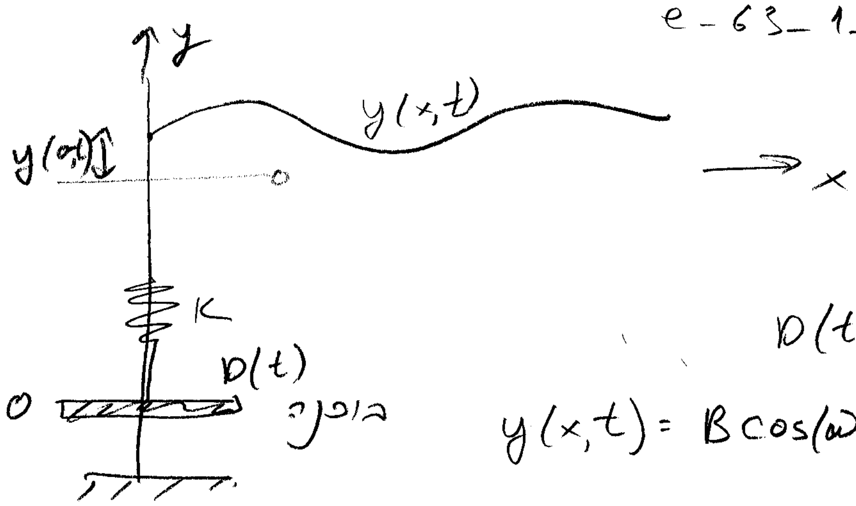
e-63_1_002



קפיץ רפוי:

$$D(t)=0$$
$$y(0,t)=0$$

נתון:

$$D(t)=A\cos\omega t$$

נמצא גל מתקדם:

$$y(x,t)=B\cos(\omega t-kx+\varphi)$$

הכוח שהקפיץ מפעיל על המיתר הוא:

$$-K\underbrace{\left(y(0,t)-D(t)\right)}_{\text{התארכות הקפיץ}}=-Z\left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{x=0}$$

נעבור להצגה מרוכבת:

$$y(x,t)=Be^{i(\omega t-kx+\varphi)}$$
$$D(t)=Ae^{i\omega t}$$

נציב לתוך מש' התנאי

$$-K\left(Be^{i(\omega t+\varphi)}-Ae^{i\omega t}\right)=-ZBi\omega e^{i(\omega t+\varphi)}$$

$$-KA=(Zi\omega-K)Be^{i\varphi}$$

$$\frac{B}{A}=\frac{K}{K-iZ\omega}e^{-i\varphi}=\frac{1}{1-i\frac{Z\omega}{K}}e^{-i\varphi}$$

מכיוון ש B, A ממשיים, גם B/A ממשי.

$$1-i\frac{Z\omega}{K}=re^{i\theta}\qquad r=\sqrt{1+\left(\frac{Z\omega}{K}\right)^2}$$
$$\theta=-\arctan\left(\frac{Z\omega}{K}\right)$$

$$\frac{B}{A}=\frac{1}{r}e^{-i(\theta+\varphi)}$$

לכן נקבל:

$$B=\frac{A}{\sqrt{1+\left(\frac{Z\omega}{K}\right)^2}}\qquad \varphi=-\theta=\arctan\left(\frac{Z\omega}{K}\right)$$

$$y(x,t)=\frac{A}{\sqrt{1+\left(\frac{Z\omega}{K}\right)^2}}e^{i\left(\omega t+kx+\arctan\frac{Z\omega}{K}\right)}$$