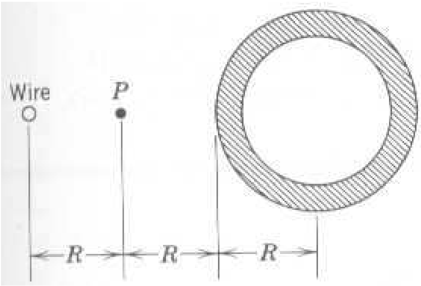
זרם אחיד i_0 בכיוון הנכנס לדף זורם בגליל חלול בעל רדיוס חיצוני R. תיל מקביל לגליל נמצא במרחק $3R$ ממרכזו. חשב את גודל וכיוון הזרם שצריך להיות בתיל על מנת שהשדה בנקודה P יהיה לו אותו גודל וכיוון הפוך לשדה במרכז הגליל.

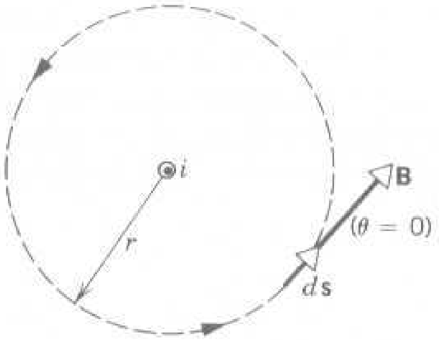


<u>פתרון:</u>

על פי עיקרון הסופרפוזיציה, השדה בכל נקודה מורכב מהשדה של הגליל פלוס השדה של התיל. נתחיל בחישוב השדה של התיל. על פי חוק אמפר:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o i$$

כשהאינטגרל הוא על איזושהי לולאה דמיונית סגורה (לולאת אמפר), $d\vec{l}$ הוא וקטור דיפרנציאלי משיק ללולאה הדימיונית, ו- i הוא הזרם שעובר דרך המשטח הסגור בתוך הלולאה.



עבור תיל אינסופי ניקח לולאת אמפר מעגלית ברדיוס r כמתואר בציור. השדה $\vec{B}$ משיק ללולאה, וגם $d\vec{l}$; לכן: $\vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot dl\cdot\cos 0° = Bdl$. מצד שני, משיקולי סימטריה, השדה המגנטי קבוע על כל הלולאה (אין שום סיבה שתהיה תלות בזווית) ולכן ניתן להוציא אותו מהאינטגרל:

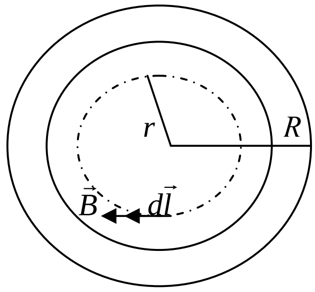
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint Bdl = B\oint dl = B\cdot 2\pi r = \mu_o i_{wire} \quad\Rightarrow\quad B = \frac{\mu_o i_{wire}}{2\pi r}$$

כש- i_{wire} הוא הזרם שזורם בתיל (כל הזרם עובר בתוך המשטח הסגור ע"י לולאת אמפר), ו- r הוא המרחק מהתיל.

נחשב עכשיו את השדה של הגליל בתוכו ומחוצה לו. ניקח קודם כל לולאת אמפר בתוך הגליל:

על פי חוק אמפר:

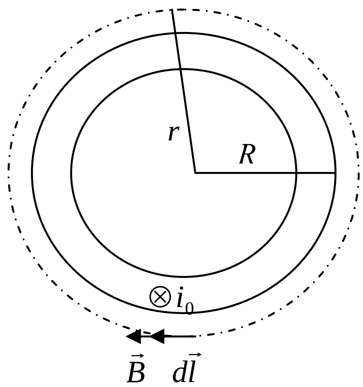
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint Bdl\cos 0° = B\oint dl = B\cdot 2\pi r = \mu_o 0 \quad\Rightarrow\quad B = 0$$



הזרם הכלול בתוך לולאת אמפר הוא אפס מכיוון שלקחנו לולאה בתוך הגליל, והגליל חלול; כל הזרם זורם בין הרדיוס החיצוני והפנימי של הגליל. לכן השדה של בגליל בתוכו (ובפרט במרכז) שווה לאפס. התרומה היחידה לשדה בנקודה זו תבוא רק מהתיל.

ניקח עכשיו לולאת אמפר מחוץ לגליל:

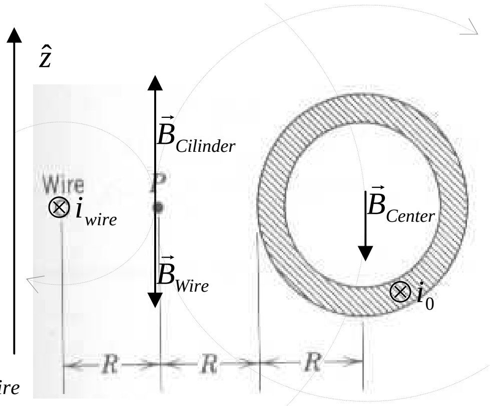
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint Bdl\cos 0° = B\oint dl = B\cdot 2\pi r = \mu_o i_0 \quad\Rightarrow\quad B = \frac{\mu_o i_0}{2\pi r}$$



הפעם כל הזרם שזורם בגליל כלול בתוך לולאת אמפר. קיבלנו שמחוץ לגליל השדה שווה לשדה של תיל אינסופי.

עכשיו נפתור את התרגיל. במרכז הגליל, כפי שאמרנו, התרומה היחידה לשדה באה מהתיל. המרחק בין בתיל למרכז הגליל הוא $3R$, לכן השדה במרכז הגליל הוא:

$$B_{Center}=\frac{\mu_0 i_{wire}}{2\pi(3R)}=\frac{\mu_0 i_{wire}}{6\pi R}$$



אם הזרם בתיל יוצא מהדף, כיוון השדה B_{center} יהיה כלפי מעלה. אבל אם זה כך, שתי התרומות לשדה בנקודה P (מהגליל ומהתיל) גם יהיו כלפי מעלה ולכן השדה בנקודה P לא יהיה בכיוון הפוך לשדה במרכז הגליל. לעומת זאת, אם הזרם בתיל נכנס לדף (כמו בציור) הכיוון של B_{center} יהיה כלפי מטה, התרומה של התיל בנקודה P גם תהיה כלפי מטה, אבל התרומה של הגליל כלפי מעלה. לכן רק אם הזרם i_{wire} נכנס לדף יש סיכוי שבנקודה P השדה יהיה בכיוון הפוך לשדה במרכז הגליל. ⇐ הכיוון של B_{Center} הוא כלפי מטה: $\vec{B}_{Center}=-\frac{\mu_0 i_{wire}}{6\pi R}\hat{z}$

i_{wire} כדי שהשדה בקודה P יהיה שווה ל- $\hat{z}$ $\vec{B}_P=-\vec{B}_{Center}=+\frac{\mu_0 i_{wire}}{6\pi R}$. השדה בנקודה זו מורכב מהתרומה מהגליל (כלפי מעלה) ושל התיל (כלפי מטה):

$$B_P=\frac{\mu_0 i_0}{2\pi(2R)}-\frac{\mu_0 i_{wire}}{2\pi R}=+\frac{\mu_0 i_{wire}}{6\pi R}\quad\Rightarrow\quad\frac{\mu_0 i_{wire}}{2\pi R}+\frac{\mu_0 i_{wire}}{6\pi R}=\frac{2}{3}\frac{\mu_0 i_{wire}}{\pi R}=\frac{\mu_0 i_0}{4\pi R}$$

$$\Rightarrow\quad i_{wire}=\frac{3}{8}i_0$$

הכיוון של הזרם הוא נכנס לדף.