מבחן פיסיקה 3 (203-1-2391)– מועד ג' (2006)

חומר עזר מותר לשימוש: דף הנוסחאות של המרצה בלבד! (יחולק בתחילת המיבחן)

מרצה: רון פולמן

לרשותך 3 שעות שבהן עליך לפתור 4 שאלות שכל אחת שווה 25 נקודות. עליך לבחור 3 שאלות מתוך הארבע שמופיעות שחלק א' ושאלה אחת מתוך השתיים שמופיעות בחלק ב'. השאלות בחלק ב' קשות יותר לפתרון. לבסוף ישנה שאלת בונוס ששוויה 10 נקודות (+הערכתי הרבה). בהצלחה.

חלק א' (ענה/י על 3 מתוך 4 השאלות הבאות)

---

1) (יחסות 25נק')

חלקיק בעל אנרגיית מנוחה E_0 מתפרק במערכת המנוחה שלו לשני חלקיקים זהים עם אנרגיית מנוחה $0.4E_0$ ואנרגיות קינטיות שוות.

א) הראה/י כי החלקיקים נעים בקו ישר במערכת המנוחה של חלקיק האב.

ב) חשב/י את מהירות כל אחד מהחלקיקים במערכת המנוחה של חלקיק האב.

ג) חשב/י את מהירות אחד מהחלקיקים במערכת המנוחה של החלקיק השני.

פתרון:

1. במערכת המנוחה, התנע הוא 0 ולכן משימור התנע: $\vec{P}=\vec{p}_1+\vec{p}_2=0 \Rightarrow \vec{p}_1=-\vec{p}_2$ ולכן וקטורי התנע הם על אותו ישר.
2. נשתמש בשימור התנע ושימור אנרגיה. שימור התנע אומר שהמהירויות שוות:

$$2\gamma mc^2=E_0 \Rightarrow 0.8\gamma E_0=E_0 \Rightarrow \frac{1}{\gamma}=0.8 \Rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2}=0.64 \Rightarrow \underline{v=0.6c}$$

3. נשתמש בטרנספורמציית המהירויות:

$$V=\frac{v+v}{1+\frac{v^2}{c^2}}=\frac{1.2c}{1.36}\approx 0.88c$$

2) חלקיקים ויחסות (25 נק')

זמן מחצית החיים של טוריום 234 (^{234}Th) הוא דקה, והוא מתפרק התפרקות בטא לפרוטקטיניום 234 (^{234}Pa).

א. (5 נק') אם טוריום נע במהירות 0.9c ביחס לצופה, כמה זמן יקח עד שחציו יתפרק ע"פ הצופה?

ב. (5 נק') מהו המרחק הממוצע שיעבור ע"פ הצופה הטוריום לפי התיאוריה הלא יחסותית?

ג. (5 נק') מהו המרחק שיעבור בפועל ע"פ הצופה?

צבר של N_0 אטומי טוריום נע ברכבת של אשפה רדיואקטיבית, במהירות βc. מכיוון ששום מקום לא מוכן לקבל אותה, היא ממשיכה להקיף את כדור הארץ.

ד. (5 נק') כמה אטומים יישארו לאחר הקפה אחת שאורכה L ק"מ (התנועה המעגלית זניחה)?

ה. (5 נק') צבר שני זהה נישאר בנקודה אחת ע"פ כדור הארץ (רמת חובב). כמה אטומים ישארו בצבר זה לאחר שהצבר השני השלים הקפה אחת?

3 Moed b question 3

3.1

In the Thorium system the time it takes for half of the Thorium to
$T_{1/2} = 1m$. The position of the Thorium at $t = 0$ and his position
evaporates are the same in the Thorium system. Therefore the tw
occur at the same place. Therefore for an observer seeing the Thori
at speed $0.9c$ we get:

$$T'_{1/2} = \gamma T_{1/2} \sim 2.3 T_{1/2} \sim 2.3m.$$ (minutes)

3.2

In the non relativstic theory, the lifetime of the Thorium is indepe
its velocity so we get that:

$$x' = T'_{1/2} \cdot v = T_{1/2} \cdot v = 0.9lm.$$ (light minutes)

= 1.62e10 m

3.3

In the relativstic system we get:

$$x' = T'_{1/2} \cdot v \sim 2.07lm.$$

= 3.726e10 m

3.4

We know that in the Thorium system:

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2t}{T_{1/2}}}$$

For a moving observer, the distance travelled is shorter by a fac
Therefore the time to orbit the earth once is: $\frac{L}{\gamma\beta c}$. Hence:

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot L}{\gamma\beta c T_{1/2}}}$$

3.5

If the Thorium was not moving then the time elapsed is $t = \frac{L}{\beta c}$. He

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot L}{T_{1/2}\beta c}}$$

3) קוונטים (25 נק')

נתונות 3 פונקציות הגל הראשונות (של בור פוטנציאל הרמוני):

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}, \quad \psi_1(x) = \sqrt{2}\left(\frac{m\omega}{\pi^3\hbar}\right)^{3/4} x e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}},$$

$$\psi_2(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(-2 + \frac{4m\omega x^2}{\hbar}\right) e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$$

א. (10 נק') חשב/י את אי הודאות במיקום החלקיק הנמצא ברמה הראשונה.

The first level (ground state) is ψ_0. The uncertainty in x is Δx=sqrt($<x^2>$-$<x>^2$)=sqrt($<x^2>$) as the ground state function is an even (symmetric or parity plus) function. The final step is to calculate $<x^2>$=Integral[ψ_0 x^2 ψ_0], where all integrals are over x from –infinity to +infinity.

ב. (5 נק') חשב/י לגבי אותו חלקיק את אי הודאות בתנע. ודא/י שעקרון אי הודאות מתקיים.

The uncertainty in p is Δp=sqrt($<p^2>$-$<p>^2$)=sqrt($<p^2>$) as the ground state function is an even (symmetric) function also in p (the fourier transform of a symmetric function is also a symmetric function, or in intuitive terms, the particle spends the same amount of time going right and going left inside its potential well). The final step is to calculate $<p^2>$=Integral[ψ_0 p^2 ψ_0]=Integral[ψ_0 $(-i\hbar)^2$ $\partial^2/\partial^2 x$ ψ_0].

To check the uncertainty principle one takes the results we obtained and calculates $\Delta x\Delta p$.

ג. (5 נק') נניח כי חלקיק בטמפרטורת החדר כלוא בבור זה. הערך/י באיזה מספר רמה עדיין יש סיכוי סביר (1%) שהרמה תהיה מאוכלסת ע"י החלקיק. (זכור/י כי אנרגית החלקיק היא K_BT). כתוב/י את הביטוי ואל תפתור/י. (זכור/י כי בפוטנציאל הרמוני $E = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$). נתון כי $\omega = 1\,MHz$.

As you can see from the equation sheet, the probability P to find a particle in a specific state is P=exp(-En/ K_BT) / Z, where Z=$\sum^n$ exp(-En/ K_BT). Hence we need to solve: 0.01=(-En/ K_BT) / Z, where T=300 and En=ħ 10^6 (n+1/2).

ד. (3 נק') אם פוטון פוגע בחלקיק (אופרטור האינטראקציה הדיפולית הוא A=X), חשב/י את יכולתו להקפיץ את החלקיק ממצב היסוד לרמה השלישית (שניה אחרי רמת היסוד).

As we learned in class, the amplitude A (strength) for a transition to occur between state I and state j (if the interaction is described by an operator M) is:

A=Integral[ψ_i M ψ_j] and in our case Integral[ψ_0 x ψ_2]. However, as both the wave functions are even and as x is odd, it is clear that the integral gives zero and there will be no such transition!

ה. (2 נק') באיזה איזורים של הבור הסיכויים הגדולים ביותר למצוא את החלקיק במצב היסוד ובמצב הבא אחריו (צייר/י)? הסבר/י, מצא/י את נקודת המקסימום וכתוב את הביטוי עבור ההסתברות לגילוי עבור גלאי שרוחב המדידה שלו הוא אפסילון (אל תפתור/י).

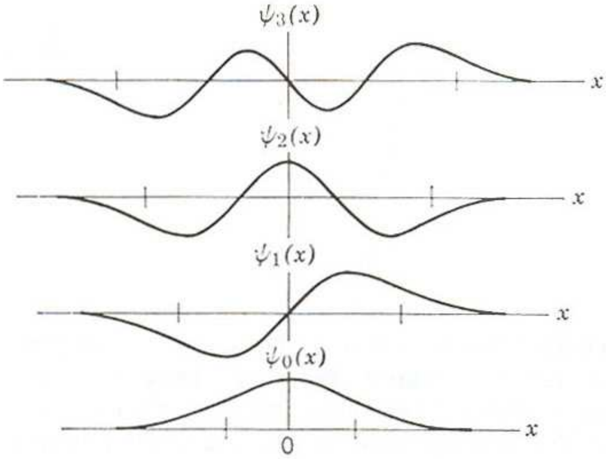


Figure 6-36 The first few eigenfunctions of the simple harmonic oscillator potential. The vertical ticks on the *x* axes indicate the limits of classical motion shown in Figure 6-35.

As, the probability function P(x) is just $|\psi(x)|^2$, all we need to do is look at the absolute value of the functions plotted above. This immediately tells us that the maximum probability to find the particle in the ground state (in some position window of width ε) is around zero, and for the next state is on the right and left of the zero. We could have also realized this by simply noting that the first function is even and the second is odd. The actual probability to find the particle in such a window is:

Integral[$|\psi(x)|^2$] from $x_0-\varepsilon/2$ to $x_0+\varepsilon/2$, where x_0 is the center of our chosen window.

2) קוונטים (25 נק')

SG הצליחו בפעם הראשונה למדוד את הספין של האלקטרון.

א.(10 נק') הסבר/י בעזרת נוסחאות כיצד עשו זאת.

As they used an atom which has no internal angular momentum, the only magnetic interaction can be due to the intrinsic angular momentum of the electron, the so-called spin. The magnetic interaction with an external field is they described by the potential

$V= - \boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B}$, where $\mu=g\ \mu_B\ S_Z$ where S_Z is the spin projection along the z axis, and μ_B is the Bohr magneton. As the force F acting on a particle is equal to $F=\partial V/\partial r=- \boldsymbol{\mu}\cdot\partial\mathbf{B}/\partial r= g\ \mu_B\ S_Z\ \partial B_Z/\partial z$, all SG needed to do is produce a magnetic field gradient in order to apply force on the passing atoms. The force was then proportional to S_Z and as the latter is quantized to +/- 1/2, the force was quantized and the atoms hit two points on the screen.

ב. (5 נק') מה המרחק בין שתי הפגיעות על המסך אם $B(z)=Az$ ואם אורך המכשיר L ס"מ ומהירות החלקיק V מטר לשניה (המסך מרוחק מהמכשיר L כפול 10).

According to the previous section, $F= g\ \mu_B\ S_Z\ A$ and therefore the transverse velocity which the passing particle acquires is +/- F/m t and the distance between the two hitting points is 2 F/m t T, where t is the time it takes the particle to pass the magnetic field and T is the time it takes it to arrive at the screen. The final distance between the points is 2 F/m L/V 10L/V (if one neglects the transverse distance inside the SG machine) and 2* F/m L/V 10L/V + 2* 1/2 F/m $(L/V)^2$ (without neglecting the latter).

ג. (5 נק') מה הפרש האנרגיה בין שתי רמות האנרגיה של אלקטרון זה בשדה הומוגני?

As $V= - \boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B}$, The energy difference is $B^*(g\ \mu_B\ S_Z(1) - g\ \mu_B\ S_Z(2))= Bg\ \mu_B *[(+1/2) -(-1/2)]= Bg\ \mu_B$

ד. (3 נק') מה היה קורה בניסוי SG הנ"ל לו הספין של האלקטרון לא היה חצי כי אם 1? חשב.

We would have three hits on the screen according to S_Z=+1, 0, -1, which are the allowed projections for a spin 1.

ה. (2 נק') מה היה קורה לו אם SG היו לוקחים אטום שרמת היסוד שלו L=1 ?

As the magnetic moment contribution of the electron depends on its total angular momentum J, and as $J_Z=L_Z+S_Z$, and as, when calculating the distances and therefore the forces one has to take into account that g for the orbital motion is $g_L=1$ while for the spin is $g_S=2$, we will have the following forces acting on the atoms:

$F(L_Z=+1, S_Z=+1/2)$, $F(L_Z=+0, S_Z=+1/2)$, $F(L_Z=-1, S_Z=+1/2)$,

$F(L_Z=+1, S_Z=-1/2)$, $F(L_Z=+0, S_Z=-1/2)$, $F(L_Z=-1, S_Z=-1/2)$,

We then find $F(L_Z=+1, S_Z=+1/2)=A\ \mu_B\ (L_Z{*}g_L+ S_Z{*}g_S)=$

$A\ \mu_B\ (L_Z+ 2S_Z)=2A\mu_B$, and in the same way:

$F(L_Z=0, S_Z=+1/2)= A\mu_B$, $F(L_Z=-1, S_Z=+1/2)=0$, $F(L_Z=+1, S_Z=-1/2)=0$,

$F(L_Z=0, S_Z=-1/2)= -A\mu_B$, and $F(L_Z=-1, S_Z=-1/2)= -2A\mu_B$. Namely, we expect 5 hits.

חלק ב' (ענה/י על 1 מתוך 2 השאלות הבאות)

5) קוונטים (25 נק')

פונקציית הגל באטום המימן מאופיינת על ידי המספר הקוונטי הראשי n (רמות האנרגיה הן $E_n = -\frac{13.6}{n^2} eV$,

המספר הקוונטי (**השלם**) l (ריבוע התנע הזוויתי מקיים $\hat{L}^2\Psi = \hbar^2 l(l+1)\Psi$) והמספר m הקוונטי (**השלם**)

(היטל התנע הזוויתי בכיוון z מקיים $\hat{L}_z\Psi = \hbar m\Psi$). נתון שהפונקציות $\psi_{n,l,m}(\vec{r})$ אורתונורמליות.

א) איזה מצבים מאוכלסים באטום He ? (יש לאכלס 2 אלקטרונים) אם נניח שלא קיים ספין, איזה מצבים היו מאוכלסים? האם He נשאר גז אציל? הסבר/י.

ב) מצא/י כמה מצבים (=ניוון) יש לאנרגיה E_2 (n=2)? הסבר/י את תשובתך.

ג) נתון אלקטרון במצב:

$$\psi(\vec{r},t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\psi_{100}(\vec{r})e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}} + 2\psi_{21-1}(\vec{r})e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)$$

הראה ש- $\Psi(\vec{r},t)$ מנורמלת ומצא את ההסתברות שהאלקטרון נמצא ברמת היסוד E_1.

ד) חשב/י את הערכים הממוצעים של:

a. האנרגיה.

b. $\hat{L}^2$

c. $\hat{L}_z$

ה) מהי אי הודאות למצב בסעיף ג' עבור $\hat{L}_z$?

פתרון:

א) נתחיל עם רמת היסוד. ברמה זו $n=1, l=0, m=0, m_s=\pm\frac{1}{2}$, כלומר ניתן לאכלס 2 אלקטרונים. מכאן שבהליום המצב המאוכלס יהיה $1S^2$. אם לא היה ספין, רמת היסוד יכולה להיות מאוכלסת באלקטרון אחד בלבד והאלקטרון השני יהיה ב- $2S$. מכיוון שברמה זו יכולים להשתכן 4 אלקטרונים היא לא תהיה מלאה ולפיכך ההליום לא יהיה אציל.

ב) נרשום את פונקציות הגל האפשריות:

$$\Psi_{200\frac{1}{2}} \quad \Psi_{200-\frac{1}{2}} \quad \Psi_{210\frac{1}{2}} \quad \Psi_{211\frac{1}{2}} \quad \Psi_{21-1\frac{1}{2}} \quad \Psi_{210-\frac{1}{2}} \quad \Psi_{211-\frac{1}{2}} \quad \Psi_{21-1-\frac{1}{2}}$$

סה"כ 8 מצבים.

ג) נבדוק את הנרמול:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\Psi dx=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}\left(\vec r\right)e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=$$
$$=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}=1$$

ההסתברות שהאלקטרון נמצא ברמת היסוד היא:

$$P=\left|\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\Psi_{100}dx\right|^2=\left|\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(\Psi_{100}\left(\vec r\right)e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}}\right)dx\right|^2=\frac{1}{5}$$

ד) I. לפי הגדרת התוחלת של המדידה: $\left\langle\hat E\right\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\Psi dx$.

$$\left\langle\hat E\right\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}\left(\vec r\right)e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(i\hbar\right)\left(-\frac{iE_1}{\hbar}\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}\left(\vec r\right)e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}}-\frac{iE_2}{\hbar}\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=$$
$$=\frac{1}{5}E_1+\frac{4}{5}E_2=\frac{1}{5}\cdot\left(-13.6eV\right)+\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}\left(-13.6eV\right)=-5.44eV$$

II. לפי הגדרת התוחלת של המדידה: $\left\langle\hat L^2\right\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\left(\hbar^2 l\left(l+1\right)\right)\Psi dx$.

$$\left\langle\hat L^2\right\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(\hbar l\left(l+1\right)\right)\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}\left(\vec r\right)e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(\hbar^2\right)\left(0\cdot\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}\left(\vec r\right)e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}}+2\cdot\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(2\hbar^2\cdot\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=\hbar^2\cdot\frac{8}{5}$$

III. לפי הגדרת התוחלת של המדידה: $\left\langle\hat L_z\right\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\left(\hbar m\right)\Psi dx$.

$$\left\langle\hat L_z\right\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(\hbar m\right)\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}\left(\vec r\right)e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(\hbar\right)\left(0\cdot\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}\left(\vec r\right)e^{-iE_1\frac{t}{\hbar}}-1\cdot\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt5}\Psi_{100}^*\left(\vec r\right)e^{iE_1\frac{t}{\hbar}}+\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}^*\left(\vec r\right)e^{iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)\left(-1\hbar\cdot\frac{2}{\sqrt5}\Psi_{21-1}\left(\vec r\right)e^{-iE_2\frac{t}{\hbar}}\right)dx=-\hbar\cdot\frac{4}{5}$$

ה) ע"מ למצוא את האי ודאות נמצא תחילה את $\left\langle \hat{L}_z^2 \right\rangle$

$$\left\langle \hat{L}_z^2 \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \Psi_{100}^{*}\left(\vec{r}\right) e^{iE_1 \frac{t}{\hbar}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \Psi_{21-1}^{*}\left(\vec{r}\right) e^{iE_2 \frac{t}{\hbar}} \right) \left(\hbar^2 m^2\right) \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \Psi_{100}\left(\vec{r}\right) e^{-iE_1 \frac{t}{\hbar}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \Psi_{21-1}\left(\vec{r}\right) e^{-iE_2 \frac{t}{\hbar}} \right) dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \Psi_{100}^{*}\left(\vec{r}\right) e^{iE_1 \frac{t}{\hbar}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \Psi_{21-1}^{*}\left(\vec{r}\right) e^{iE_2 \frac{t}{\hbar}} \right) \left(\hbar^2\right) \left(0 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \Psi_{100}\left(\vec{r}\right) e^{-iE_1 \frac{t}{\hbar}} + 1 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \Psi_{21-1}\left(\vec{r}\right) e^{-iE_2 \frac{t}{\hbar}} \right) dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \Psi_{100}^{*}\left(\vec{r}\right) e^{iE_1 \frac{t}{\hbar}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \Psi_{21-1}^{*}\left(\vec{r}\right) e^{iE_2 \frac{t}{\hbar}} \right) \left(-1\hbar \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \Psi_{21-1}\left(\vec{r}\right) e^{-iE_2 \frac{t}{\hbar}} \right) dx = \hbar \cdot \frac{4}{5}$$

$$\Delta \hat{L}_z = \sqrt{\left\langle \hat{L}_z^2 \right\rangle - \left\langle \hat{L}_z \right\rangle^2} = \sqrt{\frac{4}{5}\hbar^2 - \left(-\frac{4}{5}\hbar\right)^2} = \frac{2}{5}\hbar$$

.

6) חלקיקים (25 נק')

א. (5 נק') קבע/י אילו מבין האטרקציות הבאות אפשריות או לא אפשריות ולמה:

I) $n \rightarrow p + \mu + e$ (אינטראקציה חלשה)

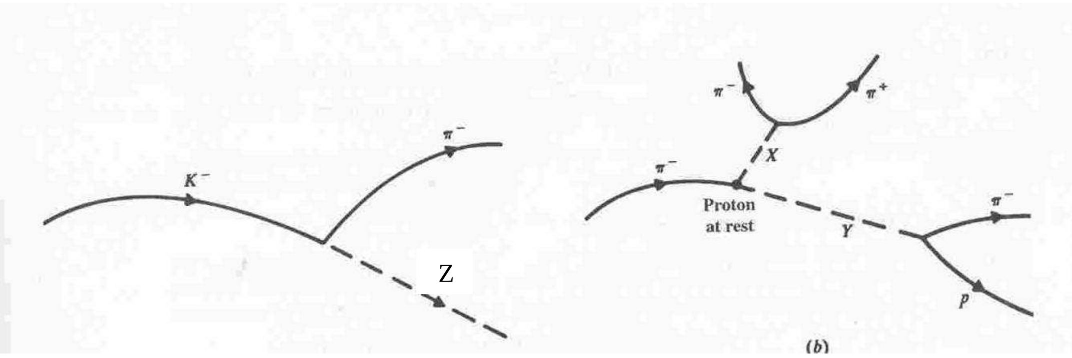
II) $\Lambda \rightarrow \pi + \Sigma$ (אינטראקציה חזקה)

III) $p + p \rightarrow \pi^{+} + n + \Lambda^{0} + K^{+}$ (אינטראקציה חזקה)

צייר את דיאגרמות פיינמן של התהליכים האפשריים (כולל קווארקים וחלקיקים נושאי הכח).

ב. (5 נק') הוכח שחלקיק לא יכול להתפרק לחלקיק שהוא כבד ממנו. בהתחשב בתשובתך, הסבר/י מדוע אבני הבניין של האטום יציבים (הסבר/י רק לגבי הפרוטון והאלקטרון).

ג. . (15 נק') באיור הבא ניתן לראות שני סטים של עקבות בתא בועות. (הנח/י שהשדה המגנטי נכנס לתוך הדף). זהה/י את חלקיקי ה-X וה-Y וה-Z הניטרליים הלא ידועים (המסומנים על ידי הקווים המקווקווים) בשני המקרים הבאים, והסבר/י איזה סוג של אינטראקציה התרחשה:

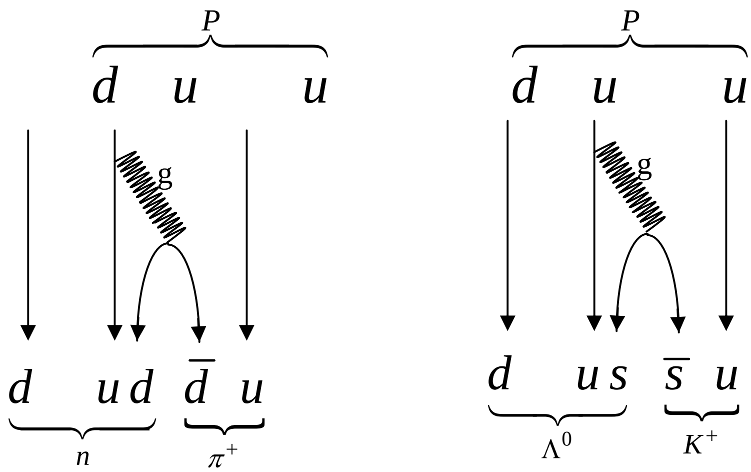


פתרון:

I) לא אפשרי – מספר לפטוני לא נשמר: יש בצד אחד מספרים לפטוני אלקטרוני ולפטוני מיואוני שונים מאפס ובצד השני של המשוואה (ניוטרון) אין דבר.

II) לא אפשרי –אין שימור אנרגיה כי הלמבדה קל מהסיגמה

III) אפשרי.



ב) נעבור למערכת התנועה של חלקיק האם (בעל מסה M_0) לפני ההתפרקות (כלומר למערכת שם הוא נייח). אם במערכת זאת הוא אינו יכול להתפרק לחלקיק שהוא מסיבי ממנו, עובדה זו לא יכולה להשתנות ע"י שינוי מערכת, ועל כן תהיה תמיד נכונה. ובכן, במערכת של חלקיק האם מתקיים ע"פ חוק שימור האנרגיה: $M_0C^2=\sum_i m_i\gamma C2$ כאשר m_i היא מסת המנוחה של חלקיקי הבת. מכיוון ש-γ תמיד גדול מאחד, מתקבל שאם קיים חלקיק בת עבורו $m_i>M_0$ הרי השוויון הנ"ל נישבר.בהתאם למימצא הנ"ל, מכיוון שהאלקטרון הוא הקל שבלפטונים ומכיוון שחוק השימור המספר הלפטוני מתקיים בכל האינטראקציות, מתקבל שאין האלקטרון יכול להתפרק. באופן דומה לגבי הפרוטון, הוא הבריון הקל ביותר ולכן הוא לא יכול להתפרק לחלקיקים קלים יותר תוך שימור המטען הבריוני.

ג) (מכיוון שלא הספקנו ללמוד על חוק שימור הספין, אנו נתעלם ממנו). נתבונן ב-Z:

מטען חשמלי – $-1=Z-1\Rightarrow Z=0$

מספר בריוני – $0=Z+0\Rightarrow Z=0$

מוזרות (אם נשמרת!) - $-1=Z+0\Rightarrow Z=-1$

מועמד אפשרי הוא $\bar{K}^0$, אולם המסה שלו ושל π^- גדולה ממסת K^- לכן הוא נפסל. מכאן האינטראקציה צריכה להיות חלשה (כדי שהמוזרות לא תישמר) והמועמדים הנוספים

הם η^0, π^0. η^0 כבד מדי, לכן Z הוא π^0.

נתבונן ב-X ו-Y. מתקיימות 3 אינטראקציות:

$\pi^-+p \rightarrow X+Y,\ X \rightarrow \pi^-+\pi^+,\ Y\rightarrow \pi^-+p$

ניתן לראות ש-Y,X ניטרליים. עבור X יש את המספרים הקוונטיים הבאים: מספר בריוני, מוזרות (אם נשמרת) כולם 0. מתוך המזונים הניטרליים π^0 נפסל כי הוא קל מדי ו-η^0 חי זמן קצר מדי מכדי שיראה בתא בועות. עבור Y יש את המספרים הקוונטיים הבאים: מספר בריוני 1, מוזרות 0.

מתוך הבריונים הניטרליים n נפסל כי הוא קל מדי ולא יוכל אחר-כך להתפרק לפרוטון ופיון.

הערה: במידה ומתאפשר הדבר ע"פ חוקי השימור ובמידה שלא מעורבים פוטונים או לפטונים שעליהם לא פועל הכח החזק, האינטראקציה תמיד תהיה חזקה מכיוון שהיא מתרחשת הרבה יותר מהר.

בהנחה שהאינטראקציה של $\pi^-+p\rightarrow X+Y$ חזקה (קרי מוזרות נשמרת), עבור Y, כל הבריונים הכבדים מסיגמה (Σ) נפסלים עקב המוזרות הגדולה מאחד ואי היכולת של X לאפס מוזרות זו (מכיוון שלכל המזונים מוזרות מוחלטת אפס או אחד).

מכאן ניתן להעריך כי אלו האינטראקציות שהתרחשו:

$\pi^-+p \rightarrow K^0+\Lambda^0\ (\Sigma^0)$ אינטראקציה חזקה

$K^0 \rightarrow \pi^-+\pi^+$ אינטראקציה חלשה

$\Lambda^0\ (\Sigma^0)\rightarrow \pi^-+p$ אינטראקציה חלשה

הערה: Σ^0 כבד יותר מ-Λ^0 לכן ההסתברות שהוא יופיע קטנה יותר.

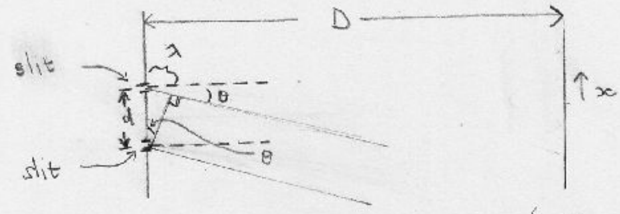
7) **שאלת בונוס: התאבכות של אלקטרונים (10 נק')**

א) אלקטרונים בעלי תנע p פוגעים במאונך בשני סדקים שהם במרחק d אחד מהשני. מה המרחק בין שני המקסימומים הסמוכים של תבנית ההתאבכות על המסך המרוחק מרחק D מהסדקים?

ב) בניסוי אמיתי שבוצע על ידי Joensson האלקטרונים הואצו על ידי הפוטנציאל של 50 kV, המרחק בין הסדקים היה 2μm והמסך היה במרחק של 35cm. חשב את אורך הגל של האלקטרונים ואת המרחק בין שני המקסימומים הסמוכים של תבנית ההתאבכות.

+.

a)



Constructive interference for pathlengths differing by an integral number of wavelengths

$$d \sin\theta = m\lambda \quad , \quad m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$x = D \tan\theta$$

Now, $\lambda \ll d \Rightarrow \sin\theta \approx \theta \, , \ \tan\theta \approx \theta$

so $\quad x = \frac{m D\lambda}{d}$

$\Rightarrow$ distance between adjacent maxima

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d} = \underline{\frac{Dh}{dp}} \qquad (\text{since } \lambda = h/p)$$

b) Kinetic energy $\quad K = Ve = \frac{p^2}{2m} \quad$ (non-relativistic)

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mVe}} = \frac{6.626\times10^{-34}}{\sqrt{2\times9.109\times10^{-31}\times50\times10^{3}\times1.602\times10^{-19}}}$$

$$= 5.5\times10^{-12} \text{ m}$$

$$= \underline{0.055 \text{ Å}}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{D\lambda}{d} = 10^{-6} \text{ m} = \underline{10^{-4} \text{ cm}}$$