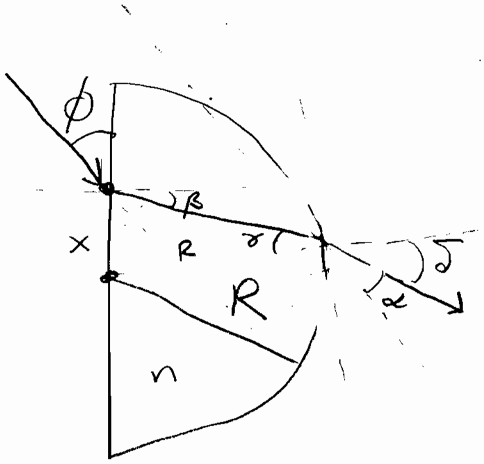
שאלה 1



א) לפי חוק סנל:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\phi\right)=n\sin\beta$$

$$\cos\phi=n\sin\beta$$

לפי משפט סינוסים:

$$\frac{x}{\sin\gamma}=\frac{R}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}$$

$$\Rightarrow \sin\gamma=\frac{x\cos\beta}{R}$$

חוק סנל:

$$n\sin\gamma=\sin\delta$$

ולפי הגאומטריה:

$$\alpha+\delta=\gamma+\frac{\pi}{2}-\phi-\beta \qquad \text{(שכיחים מגלים)}$$

$$\Rightarrow \sin\gamma=\frac{x}{R}\sqrt{1-\sin^2\beta}=\frac{x}{R}\sqrt{1-\frac{1}{n^2}\cos^2\phi}$$

$$\sin\delta=n\frac{x}{R}\sqrt{1-\frac{1}{n^2}\cos^2\phi}$$

$$\alpha=\frac{\pi}{2}-\phi+\gamma-\beta-\delta=\frac{\pi}{2}-\phi+\arcsin\left(\frac{x}{R}\sqrt{1-\frac{1}{n^2}\cos^2\phi}\right)-$$
$$-\arcsin\left(\frac{1}{n}\cos\phi\right)-\arcsin\left(\frac{nx}{R}\sqrt{1-\frac{1}{n^2}\cos^2\phi}\right)$$

ב) (1) $\underline{x=0}$

$$\alpha=\frac{\pi}{2}-\phi-\arcsin\left(\frac{\cos\phi}{n}\right)$$

(2) $\underline{n=1}$

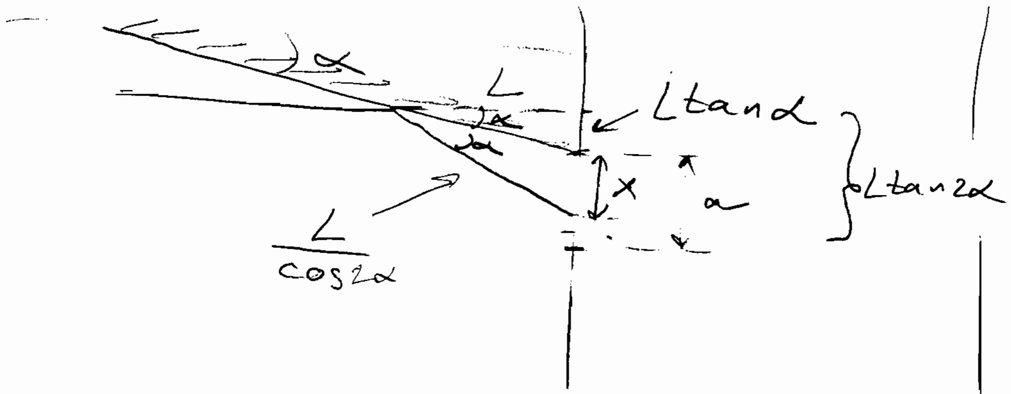
$$\alpha=\frac{\pi}{2}-\phi+\arcsin\left(\frac{x}{R}\sin\phi\right)-$$
$$-\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}-\phi\right)\right)-\arcsin\left(\frac{x}{R}\sin\phi\right)=0$$

(3) $\underline{\phi=\frac{\pi}{2}}$

$$\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}+\arcsin\frac{x}{R}-\arcsin\frac{nx}{R}=$$
$$=\arcsin\frac{x}{R}-\arcsin\frac{nx}{R}$$

ג) עבור $\frac{nx}{R}>1$ לא קיימת זווית שבירה מכיוון שיש החזרה מלאה מתוך החומר.

שאלה 2



על מנת למצוא את תמונת ההתאבכות נחשב את תמונת ההתאבכות של הקרניים שהוחזרו מהמראה ונוסיף אותה לתמונת ההתאבכות הידועה של סדק כפול.

ההחזרה מהמראה גורמת לפאזה יחסית π בין הקרן המקורית והמוחזרת וכן לפאזה התלויה במיקום הקרן המוחזרת כאן, ציור למעלה.

הפרש הדרכים האופטיות:
$$\frac{L}{\cos 2\alpha} - L \approx L\left(\frac{1}{1-\frac{(2\alpha)^2}{2}} - 1\right) \simeq 2L\alpha^2$$

$$x = L(\tan 2\alpha - \tan\alpha) \simeq L\alpha \Rightarrow L = \frac{x}{\alpha}$$

לכן הפרש הדרכים האופטיות הוא: $2x\alpha$.

נגדיר $x'=0$ באמצע הסדק, ונרשום את פונקציית המפתח:
$$f(x') = A\left(1 + e^{i(\pi + 2k\alpha(\frac{a}{2} - x'))}\right) \quad x' \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$$

לכן השדה בנק' על המסך המרוחק בזווית θ יהיה

$\sin\theta \approx \theta$

$$E(\theta) = \int f(x) e^{ik\theta x} dx =$$
$$= A\int_{-a/2}^{a/2} e^{ik\theta x} dx + A\int_{-a/2}^{a/2} e^{i(k a\alpha + \pi)} e^{ikx(\theta - 2\alpha)} dx =$$
$$= \frac{A}{ik\theta}\left(e^{ik\theta\frac{a}{2}} - e^{-ik\theta\frac{a}{2}}\right) + e^{i(k\alpha a + \pi)} \frac{A}{ik(\theta - 2\alpha)}\left(e^{ik\frac{a}{2}(\theta-2\alpha)} - e^{-ik\frac{a}{2}(\theta-2\alpha)}\right)$$
$$= A\frac{2\sin\frac{k\theta a}{2}}{k\theta} + Ae^{i(k\alpha a + \pi)} \frac{2\sin\left(\frac{ka}{2}(\theta - 2\alpha)\right)}{k(\theta - 2\alpha)}$$

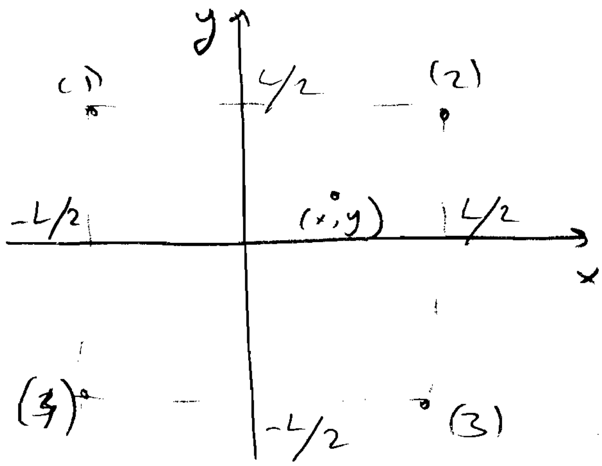
$$E(\theta) = Aa\left[\operatorname{sinc}\frac{k\theta a}{2} + e^{i(k\alpha a+\pi)}\operatorname{sinc}\frac{ka}{2}(\theta-2\alpha)\right]$$

$$I(\theta) \sim E\cdot E^{*} =$$

$$= I_0\left[\operatorname{sinc}^2\frac{k\theta a}{2} + \operatorname{sinc}^2\frac{ka}{2}(\theta-2\alpha) + \right.$$
$$\left. + 2\cos(k\alpha a+\pi)\operatorname{sinc}\frac{k\theta a}{2}\operatorname{sinc}\frac{ka}{2}(\theta-2\alpha)\right] =$$

$$= I_0\left[\operatorname{sinc}^2\frac{k\theta a}{2} + \operatorname{sinc}^2\frac{ka}{2}(\theta-2\alpha) - \right.$$
$$\left. - 2\cos(k\alpha a)\operatorname{sinc}\frac{k\theta a}{2}\operatorname{sinc}\frac{ka}{2}(\theta-2\alpha)\right]$$

שאלה 3



הגלים המשודרים מהמקורות

$$\Psi_i = e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}\, e^{-i\omega t}$$

$$x, y \ll L$$

$$\vec{k}_1\cdot\vec{r} = k\sqrt{\left(x+\frac{L}{2}\right)^2+\left(y-\frac{L}{2}\right)^2} \simeq k\sqrt{\frac{L^2}{2}+L(x-y)} =$$

$$= k\frac{L}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{2}{L}(x-y)} \simeq k\frac{L}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{x-y}{L}\right)$$

$$\vec{k}_2\cdot\vec{r} = k\sqrt{\left(x-\frac{L}{2}\right)^2+\left(y-\frac{L}{2}\right)^2} \simeq k\sqrt{\frac{L^2}{2}-L(x+y)}$$

$$\simeq \frac{kL}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{x+y}{L}\right)$$

$$\vec{k}_3\cdot\vec{r} = k\sqrt{\left(x-\frac{L}{2}\right)^2+\left(y+\frac{L}{2}\right)^2} \simeq k\sqrt{\frac{L^2}{2}+L(-x+y)}$$

$$\simeq \frac{kL}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{-x+y}{L}\right)$$

$$\vec{k}_4\cdot\vec{r} = k\sqrt{\left(x+\frac{L}{2}\right)^2+\left(y+\frac{L}{2}\right)^2} \simeq k\sqrt{\frac{L^2}{2}+L(x+y)}$$

$$\simeq \frac{kL}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{x+y}{L}\right)$$

$$\Psi = \sum_{i=1}^{4}\Psi_i = e^{-i\omega t}\, e^{i\frac{kL}{\sqrt{2}}}\underbrace{\left(e^{\frac{ik}{\sqrt{2}}(x-y)}+e^{\frac{ik}{\sqrt{2}}(x+y)}+e^{\frac{ik}{\sqrt{2}}(y-x)}+e^{-\frac{ik}{\sqrt{2}}(x+y)}\right)}_{f(x,y)}$$

$$f(x,y) = e^{ik\frac{1}{\sqrt{2}}x}\left(e^{-ik\frac{1}{\sqrt{2}}y} + e^{ik\frac{1}{\sqrt{2}}y}\right) +$$

$$+ e^{-ik\frac{1}{\sqrt{2}}x}\left(e^{ik\frac{1}{\sqrt{2}}y} + e^{-ik\frac{1}{\sqrt{2}}y}\right) =$$

$$= 4\cos\frac{ky}{\sqrt{2}}\cos\frac{kx}{\sqrt{2}}$$

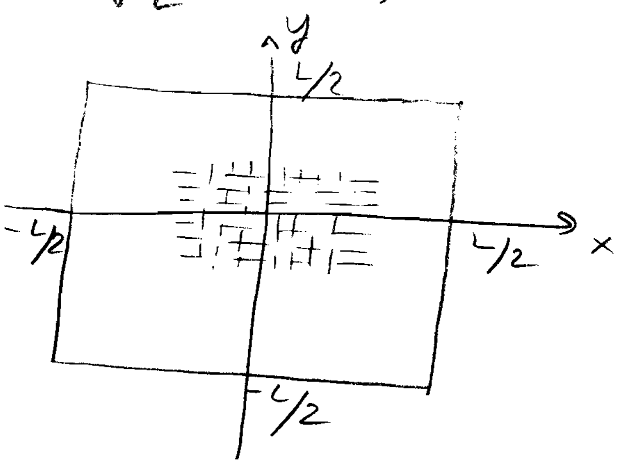
המינימה מתקבלת כאשר $f(x,y) = 0$

$$\cos\frac{ky}{\sqrt{2}}\cos\frac{kx}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\cos\frac{ky}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \frac{ky}{\sqrt{2}} = \pi n - \frac{\pi}{2}$$

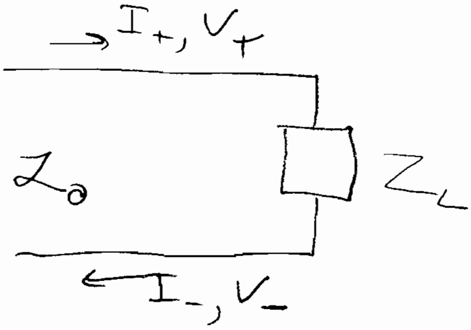
$$y = \frac{\sqrt{2}}{k}\left(\pi n - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\pi}\left(\pi n - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{cases} y = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left(n - \frac{1}{2}\right) \\ x = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}\left(m - \frac{1}{2}\right) \end{cases} \qquad n, m: 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$



לכן "קווי שקט" יהיו רשת
באזור מרכז החדר.

<u>שאלה 2</u>



עכבת הכבל - $Z_0 = 50\Omega$

עכבת העומס - Z_L
(הנגד הלא ידוע)

(השאלה דומה לשאלה e_63_1_009
שהיא תרגיל לדוגמא בפרק 5.3 בבריקל.)

א)

$$-\frac{1}{2} \overset{?}{=} \frac{V_-}{V_+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

לפי הנתון בשאלה:

$$-2Z_L + 2Z_0 = Z_L + Z_0$$

$$Z_L = \frac{1}{3} Z_L = 16\frac{2}{3}\,\Omega$$

ב) ההספק "המגיע" לנגד הינו

$$P_+ = V_+ I_+ = \frac{1}{Z_0} V_+^2$$

וההספק "החוזר" מהנגד הינו

$$P_- = V_- I_- = \frac{1}{Z_0} V_-^2$$

החלק מהאנרגיה הנבלע בנגד הינו:

$$\alpha = 1 - \frac{P_-}{P_+} = 1 - \frac{V_-^2}{V_+^2} = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

ג) אם הגודל בשאלה מתאר את $I(t)$ אז

$$\frac{I_-}{I_+} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_-}{V_+} = \frac{1}{2} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$2Z_L - 2Z_0 = Z_L + Z_0$$

$$Z_L = 3Z_0 = 150\,\Omega$$

החלק מהאנרגיה הנבלע בנגד לא ישתנה:

$$\alpha = 1 - R^2 = \frac{3}{4}$$

שאלה 5

$$[\alpha] = \left[\sqrt{\frac{m^4 N}{C^2}}\right] = \left[\frac{m^2 N^{1/2}}{C}\right] \Leftarrow F = \frac{\alpha^2 q_1 q_2}{r^4}$$

$$F = ma = m\frac{v^2}{r}$$

עבור מסלול מעגלי ברדיוס r:

$$\frac{\alpha^2 q_1 q_2}{r^4} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{\alpha^2 q_1 q_2}{m r^3}$$

$$L = mvr = m\alpha\sqrt{\frac{q_1 q_2}{m}}\frac{1}{r^{3/2}}r = \alpha\sqrt{m q_1 q_2}\frac{1}{\sqrt{r}} \underset{\text{הנחת בוהר}}{=} n\hbar$$

$$\frac{1}{r} = \frac{n^2\hbar^2}{\alpha^2 m q_1 q_2}$$

$$U(r) = -\frac{1}{3}\frac{\alpha^2 q_1 q_2}{r^3}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{3}\frac{\alpha^2 q_1 q_2}{r^3} = \frac{1}{2}\cancel{m}\frac{\alpha^2 q_1 q_2}{\cancel{m} r^3} - \frac{1}{3}\frac{\alpha^2 q_1 q_2}{r^3} =$$

$$= \frac{1}{6}\frac{\alpha^2 q_1 q_2}{r^3} = \frac{1}{6}\alpha^2 q_1 q_2 \frac{n^6\hbar^6}{\alpha^6 m^3 q_1^3 q_2^3}$$

$$E_n = \frac{n^6\hbar^6}{6\alpha^4 m^3 q_1^2 q_2^2} = \frac{n^6\hbar^6}{6\alpha^4 m^3 e^4} \quad /|q_1| = |q_2| = e/$$

האנרגיות שקיבלנו הן חיוביות (להבדיל מאטום בוהר במציאות), לכן מצבים אלה אינם קשורים, ובפרט לא קיים מצב יסוד קשור.

* כדי להבין את הסיבה, נסתכל על הפוטנציאל האפקטיבי בשני המקרים: