

שם הניסוי: מתח חילופין

1. מטרת הניסוי

- הכרת עקרונות הפעולה של מעגלי מתח חילופין
- מציאת תדר התהודה של מעגל RLC טורי
- מציאת גורם האיכות (Q) של מעגל RLC

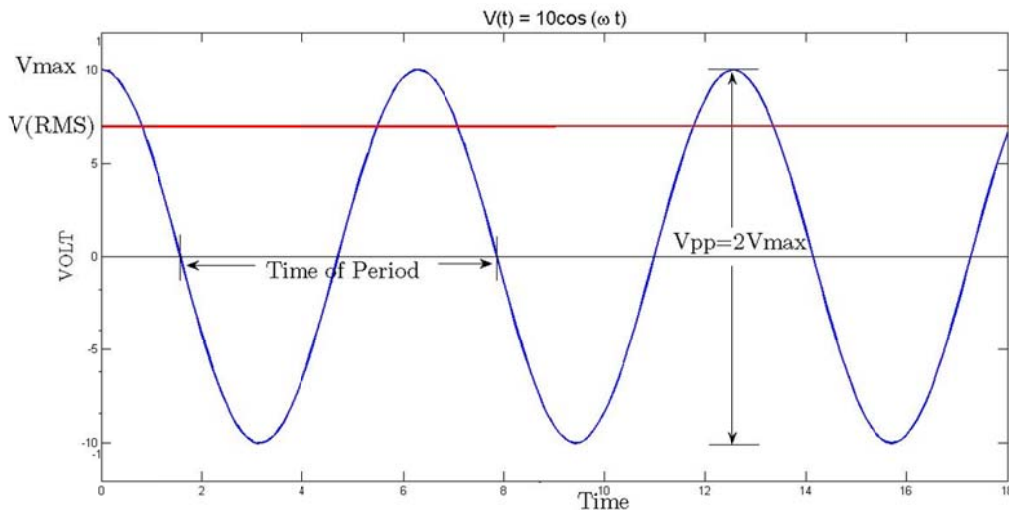
2. מבוא

בניסוי זה נכיר התנהגות של מעגלים הפועלים באמצעות הפעלת מתח המשתנה בצורה מחזורית בזמן (מתח חילופין, AC), נבטא את מתח ההפעלה לפי (1):

$$(1) \quad V_S(t) = V_0 \cdot \cos(\omega t)$$

כאשר V_0 הוא הערך המקסימאלי של המתח (האמפליטודה) ו- ω תדירות זוויתית ($\omega = 2\pi f$)

איור 1 מציג כמה מהפרמטרים העיקריים שמאפיינים מתח חילופין :



איור 1: מתח חילופין

$-V_{MAX}$ - משרעת התנועה (אמפליטודה) (באיור 1 $V_0 = 10V$)
 $-V_{PP}$ - מתח משיא לשיא (Peak to Peak) הפרש המתחים בין המינימום למקסימום ($V_{PP} = 2 \cdot V_{MAX}$)

V_{rms} - המתח הממוצע (Root mean square) מחושב לפי הביטוי :

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V(t))^2 dt}$$

ביטוי זה מייצג את הערך הממוצע של פונקציה.

ניתן לחשב את V_{RMS} של זרם חילופין אם נציב את הביטוי ממשוואה (1) בעזרת

הזהות הטריגונומטרית: $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$ נרשום:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_0 \cdot \cos(\omega t))^2 dt} = V_0 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} \right) dt}$$

$$(2) \quad V_{RMS} = V_0 \sqrt{\frac{1}{T} \left[\frac{t}{2} + \frac{\sin(2\omega t)}{4\omega} \right]_0^T} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \approx 0.7 \cdot V_0$$

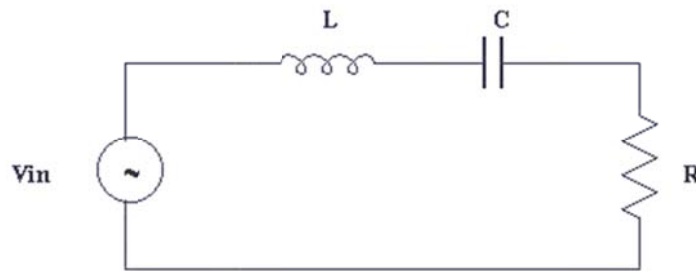
למעשה כאשר מודדים באמצעות מכשירי המדידה מתחים או זרמים במעגלי זרם חילופין הערך הנמדד הוא הממוצע כלומר: $V_{RMS} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \approx 0.7 \cdot V_0$ או עבור מדידת

זרמים $I_{RMS} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \approx 0.7 \cdot I_0$ ולא ערכי המתח או הזרם המקסימאליים.

Time of Period - זמן מחזור יחיד, ממנו ניתן לחשב את תדירות המקור $f = \frac{1}{T}$

או את התדירות הזוויתית $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

2.1 נגד קבל וסליל בהשפעת מתח חילופין



איור 2: מעגל RLC

כאשר מפעילים מתח חילופין על נגד הזרם שיזרום דרכו נתון ע"י :

$$(3) \quad i(t) = \frac{v_s(t)}{R} = \frac{V_0 \cos(\omega t)}{R}$$

המתח והזרם משתנים שניהם לפי $\cos(\omega t)$, ולכן הזרם מתואם בפאזה עם המתח.

לעומת זאת אם נבחן קבל בעל קיבול C , המטען האגור בו נתון ע"י :

$$(4) \quad q(t) = C \cdot v_s(t) = CV_0 \cos(\omega t)$$

והזרם נתון ע"י :

$$(5) \quad i_c(t) = \frac{dq}{dt} = -\omega CV \sin(\omega t) = \omega CV \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

במקרה זה ניתן לראות שהמתח על הקבל נימצא בפיגור פאזה של $\frac{\pi}{2}$ (רבע זמן מחזור) ביחס לזרם עליו (איור 4).

מתוך (5) ניתן לבטא גם את ההיגב של הקבל (ההקבלה להתנגדות בזרם ישר) :

$$(6) \quad X_c = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$$

יחידת ההיגב היא אום.

מתוך (6) ניתן לראות תכונה חשובה נוספת של מעגלי מתח חילופין, ההיגב הקיבולי תלוי בתדירות של המקור המתח. עבור תדירות אפס (זרם ישר) התנגדות הקבל היא אינסופית אולם ככל שהתדירות המקור תהיה גבוהה יותר תרד התנגדות הקבל.

כאשר מפעילים מתח חילופין על סליל בעל השראה L , המתח שיתפתח מבוטא ע"י :

$$(7) \quad L \frac{di}{dt} = V_0 \cos(\omega t)$$

לאחר ביצוע אינטגרציה לפי זמן וחלוקה ב- L נקבל :

$$(8) \quad i_L(t) = \frac{V}{\omega L} \sin(\omega t) = \frac{V}{\omega L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

במקרה זה המתח בסליל מקדים את הזרם ונימצא בתוספת פאזה של $\frac{\pi}{2}$ ביחס לזרם ולכן ישנו הפרש פאזה של π ביחס למתח הקבל.

מתוך (8) ניתן לראות שהיגב (התנגדות בזרם חילופין) הסליל הוא :

$$(9) \quad X_L = 2\pi f \cdot L$$

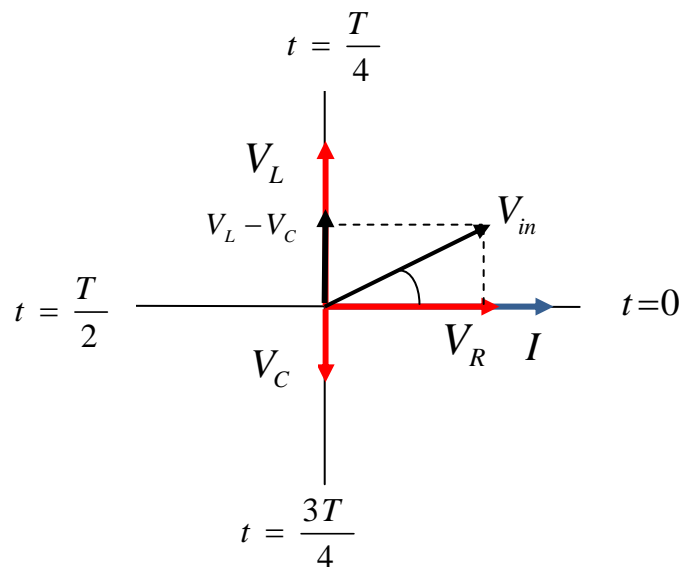
כלומר גם כאן ההתנגדות תלויה בתדירות. עבור תדירות אפס (זרם ישר) התנגדות הסליל אפסית אולם היא הולכת וגדלה ככול שהתדירות במעגל גדלה.

ראינו שהמתחים על הרכיבים (נגד קבל סליל) הם בעלי פאזות שונות, כתוצאה מכך מציאת המתח הכללי של המעגל לא יכול להיעשות באמצעות חיבור פשוט (סקלארי) של המתחים כמו במעגל טורי, אלא באמצעות דיאגרמה פאזורית - דיאגרמה שבה המתחים מיוצגים על ידי חיצים המציינים את גודלם וכיוונם.

איור 3 מציג דיאגרמה פאזורית של המתחים במעגל RLC, מתח הנגד נימצא

בתאום עם הזרם במעגל על ציר X, מתח הסליל והקבל נמצאים בהפרשים של $\frac{\pi}{2}$

ביחס לזרם ובהפרש של π ביניהם.



איור 3: דיאגרמה פאזורית של מתחי מעגל RLC

ניתן לראות שהמתחים של הסליל והקבל מנוגדים בסימנם ושניהם ניצבים לכיוון מתח הנגד ולכן סכום המתחים (השקול) מתקבל ע"י משפט פיתגורס:

$$(10) \quad V_{in} = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

לפי (10) ניתן להגדיר גם את העכבה (ההתנגדות השקולה) של המעגל כ:

$$(11) \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

כדי לקבל זרם מקסימלי צריך לדרוש ההתנגדות שקולה מינימאלית במעגל. התנגדות זאת תהיה כאשר ההתנגדות של הסליל והקבל יאפסו זו את זו כלומר:

$$(12) \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

התנאי לקיום (12) הוא:

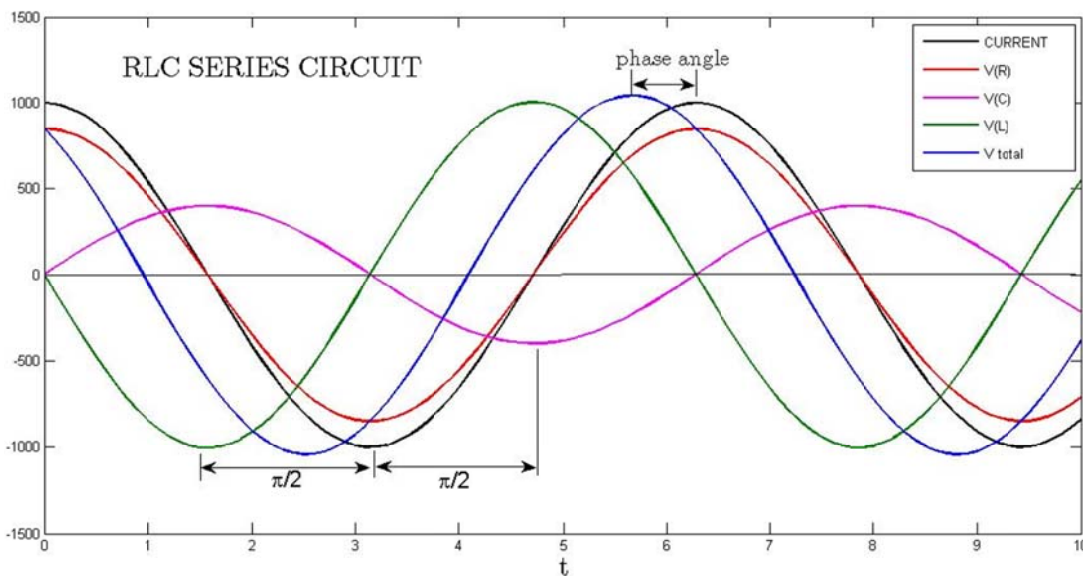
$$(13) \quad \omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

תדר זה קרוי תדר התהודה של המעגל ועבורו נקבל זרם מקסימאלי במעגל.

מתוך הדיאגרמה הפזורית באיור 3 ניתן לראות שישנו הפרש פאזה בין הזרם למתח המקסימאלי במעגל, הפרש זה מכונה **זווית המופע** של המעגל והוא

נתון ע"י:

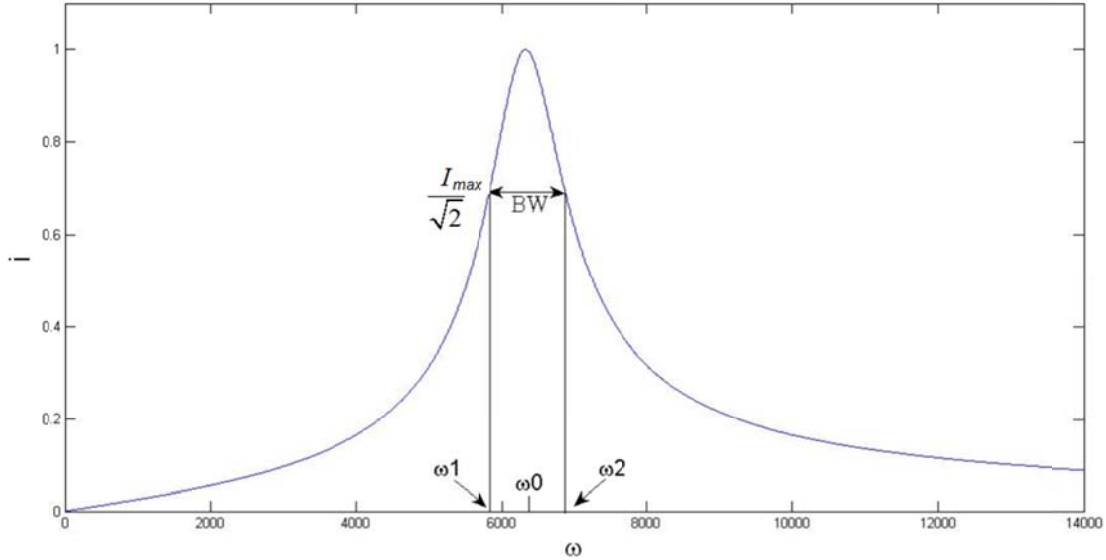
$$(14) \quad \phi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



איור 4 : הפרשי פאזה בין המתחים במעגל RLC לזרם

2.2 רוחב הפס (BW) וגורם הטיב (Q)

כאמור שינוי של התדירות במעגל יגרום לשינוי בעוצמת הזרם. איור 3 מתאר תלות אופינית של הזרם במעגל RLC בתדר המקור. כאשר $X_L = X_C$ נקבל את מצב בתהודה בו הזרם הוא מרבי.



איור 5: זרם כפונקציה ω במעגל RLC

כדי להגדיר את תגובת המעגל לתדרי כניסה נהוג להשתמש בשתי הגדרות.

רוחב הפס של מעגל תהודה מוגדר כתחום תדרים שבו הזרם במעגל אינו יורד

$$\text{לערך קטן מ-} \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot I_{\max}.$$

התדרים ω_1, ω_2 שעבורם $I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$ קרואים תדרי מחצית ההספק, מכיוון שבהם

ההספק המתפזר בנגד R הוא חצי מההספק המתפזר בו כאשר תדר אות מקור הוא ω_0 .

ω_1, ω_2 נתונים ע"י :

$$(15) \quad \omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}, \quad \omega_2 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

רוחב הפס ניתן על ידי המרווח התדירויות שבין ω_1 ו- ω_2 :

$$(16) \quad BW = \omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{RC}$$

אחד השימושים העיקריים של מעגלי תהודה הוא כמסנן מעביר פס, כלומר מעגל שמעביר תחום מסוים של תדרים בלבד. ככל שפס ההעברה קטן יותר כך המסנן איכותי יותר

גורם הטיב- Q

לקבל וסליל יש יכולת לאגור אנרגיה לעומתם הנגד הוא רכיב הצורך אנרגיה. האנרגיה בנגד מתבזבזת בצורת חום. גורם הטיב הוא היחס בין האנרגיה האגורה במעגל (בסליל ובקבל) לבין האנרגיה המתבזבזת בנגד במצב של תהודה. בנוסף במצב תהודה זרמי הסליל והקבל גבוהים בפקטור Q מעל זרם המקור I_s . הגדרת גורם הטיב היא באמצעות היחס בין תדר התהודה לבין רוחב הפס:

$$(17) \quad Q = \frac{\omega_0}{BW} = \omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L} = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

3. מהלך הניסוי

במהלך הניסוי נשתמש במחולל אותות (Function Generation) (איור 6) לצורך הספקת מתח חילופין למעגל.

הפעלת המחולל היא באמצעות הכפתורים הבאים:

- כפתור שינוי אמפליטודה – משנה את אמפליטודת האות
- כפתור שינוי תדר – משנה את תדר האות (ערך התדר מופיע בתצוגה)
- בחירת תחומי התדר- משנה את התחום שבו ניתן לשנות את תדר האות
- בחירת אות סינוסיאלי - קובע את צורת האות לסינוס



איור 6: מחולל אותות

3.1 מדידת מתחים וזווית מופע במעגל מתח חילופין

חבר את הקבל סליל והנגד בטור למחולל האותות .
 כוון את ערך הסליל ל $500mH$ את ערך הקבל ל $0.05\mu F$ ואת ערך הנגד ל 1680Ω .
 הפעל את מחולל האותות במצב סינוסיאלי וכוון אותו לתדר $600Hz$.
 רשום את המתחים (V_{RMS}) של הנגד, הקבל, הסליל והמתח הכולל של המעגל.
 חזור על המדידות עבור תדרים של $1300Hz, 1020Hz$.

עיבוד תוצאות

עבור כל תדר חשב בעזרת נוסחה (10) את המתח הכללי במעגל, השווה למתח הכללי שמדדת וחשב את זווית המופע של המעגל .
 הסבר את תוצאותיך, האם הם מתאימות לתאוריה?
 במה תלויה זווית המופע של המעגל, מתי תצפה שהיא תתאפס, האם ניתן לראות מתוך המדידות ?

3.2 תלות הזרם בתדר המקור

חבר קבל סליל נגד ומד זרם בטור למחולל האותות .

כוון את ערך הסליל ל $500mH$ את ערך הקבל ל $0.05\mu F$ ואת ערך הנגד ל 1680Ω .

הפעל את מחולל האותות במצב סינוסיאלי ובמתח קבוע לאורך כל הניסוי, שנה את התדר בטווח שבין $1Hz - 6,000Hz$ ורשום את הזרם במעגל עבור כל תדר, בצע מדידות עבור 20 תדירויות לפחות ובעיקר באזור תדר התהודה.

חזור על המדידות עבור נגד עם התנגדות $0.5K\Omega$.

עיבוד התוצאות

הכן גרפים של תלות הזרם בתדר (f) ותלות הזרם ב $\log(f)$.

מתוך הגרפים שהתקבלו, מצא את תדר התהודה, את ω_1, ω_2 שעבורם $I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$, את רוחב הפס ואת גורם הטיב של המעגל, השווה לתוצאות מחושבות. הסבר את התוצאות שהתקבלו.

3.3 תלות הזרם בערך הקבל

השתמש במעגל מניסוי 3.2, שנה את תדר המחולל ל $715Hz \sim$ את ערך הנגד ל $500\Omega \sim$ ואת ערך הסליל ל $1H$. שנה את ערך הקבל בין $0\mu F - 0.1\mu F$ עבור כל ערך של הקבל רשום את הזרם המתקבל (המחוגה השמאלית משנה את הקיבול בקפיצות של $0.01\mu F$ והאמצעית בקפיצות של $0.001\mu F$ באמצעות שניהם בצע כ-15 מדידות, במיוחד הקפד למדוד באזור השיא).

עיבוד תוצאות

הכן גרפים של תלות הזרם בערך הקבל ונתח את התוצאות.