

## אלסטיות

### **מילות מפתח:**

מאמץ (stress), מעוות (strain), מודול יאנג, מודול גזירה  
**הציוד הדרוש:** קומפרטור, חוט תיל מקובע, מתלים ומשקולות, מתקן למדידת מודול גזירה בעזרת מד זווית, משקולות, מיקרומטר.

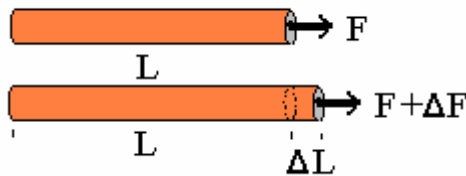
### **מטרות הניסוי:**

- להכיר את נושא האלסטיות.
- למדוד מודול יאנג של פלדה.
- למדוד מודול גזירה של פלדה.

## 1. תיאוריה

### 1.1 אלסטיות

כאשר גוף שרוי במאמץ (Stress) הוא משנה את ממדיו או צורתו. לשינוי היחסי בממדיו או בצורתו של גוף, קוראים בשם מעוות או עיבור (Strain). מודול האלסטיות מוגדר כיחס בין השינוי במאמץ לשינוי המתאים במעוות. נדון למשל במוט שאורכו  $L$ , בעל חתך רוחב אחיד ששטחו  $A$ , השרוי במאמץ מתיחה כמתואר בציור 1.



**ציור 1:** מוט תחת מאמץ מתיחה, תוספת כח משנה את אורך המוט.

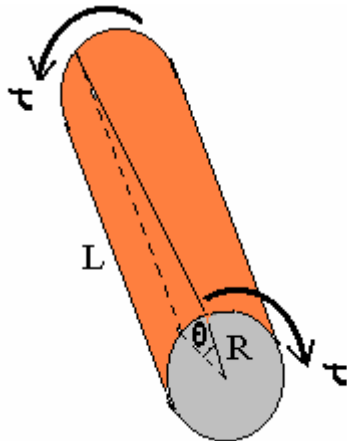
במקרה זה המאמץ מוגדר כיחס  $\frac{F}{A}$  שבין הכוח  $F$  המותח את המוט לשטח החתך  $A$ . כתוצאה משינוי מאמץ המתיחה יהיה למוט מעוות מתיחה המתבטא בתוספת אורך  $\Delta L$ . מעוות המתיחה מוגדר כיחס  $\frac{\Delta L}{L}$  שבין תוספת האורך  $\Delta L$  לאורך המוט  $L$ . כאשר מדובר במאמץ מתיחה, מודול האלסטיות נקרא בשם מודול יאנג (Young's modulus) אשר יסומן ב- $Y$ .

$$(1) \quad Y = \frac{\Delta F / A}{\Delta L / L} = \frac{L \Delta F}{A \Delta L}$$

מסתבר כי ל- $Y$  יש אותו הערך הן עבור מתיחה והן עבור דחיסה. תחום האלסטיות של המוט זהו התחום שבו מודול יאנג הוא קבוע ואינו תלוי במאמץ המופעל על המוט. בתחום האלסטיות התארכות המוט פרופורציונית לכוח, תופעה זו קרויה חוק הוק (Hook) והיא מזכירה את התנהגותו של קפיץ.

היחידות של  $Y$  הן יחידות של לחץ, במערכת MKS הן  $\text{Nm}^{-2}$  (ניוטון למטר מרובע). המשמעות הפיסיקלית של  $Y=1\text{Nm}^{-2}$  היא שע"י הפעלת כוח של ניוטון אחד על מוט שאורכו 1 מטר ושטחו 1 מ"ר המוט יתארך ב 1 מטר. כמובן שבאופן מעשי, ערכי מודול יאנג עבור מתכות הן בסדר גודל של  $10^{11}\text{Nm}^{-2}$ .

באופן דומה ניתן להגדיר גם מודול גזירה  $G$  (shear modulus). נתבונן בגליל אשר בקצהו פועל מומנט פיתול כמתואר בציור 2.



ציור 2: מוט גלילי תחת מומנט פיתול.

מאמץ הגזירה הינו היחס בין הכוח  $F=2\tau/R$  הפועל לפיתול הגליל לבין שטח החתך  $\pi R^2$ . מעוות הגזירה הינו היחס  $R\theta/L$ . מודול הגזירה  $G$  מוגדר כיחס בין מאמץ הגזירה למעוות הגזירה

$$(2) \quad G = \frac{2L\tau}{\pi R^4 \theta}$$

גם היחידות של  $G$  הן יחידות של לחץ, וגם כאן ערכים מעשיים הם מסדר גודל של  $10^{10}\text{Nm}^{-2}$ .

## 1.2. שאלות הכנה

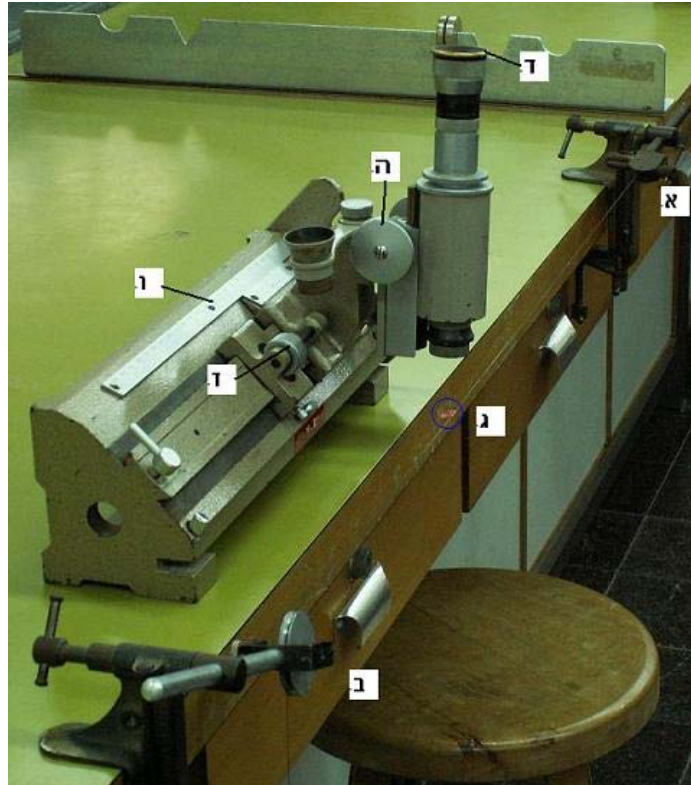
1. בניסוי למדידת מודול יאנג מחברים שני תיילים מחומרים שונים במקום תיל אחד (עם פרמטרים  $(A_2, A_1, L_2, L_1, Y_2, Y_1)$ ). חשב את ההתארכות הכוללת של התיל כאשר מופעל עליו כוח  $F$ . מהם התנאים לכך שתיל אחד יהיה דומיננטי בניסוי. הסבר מדוע ניתן להתעלם בניסוי מהאלסטיות של המלחציים.
2. בתחום האלסטיות כאמור מודל יאנג (נוסחה 1) מקבל ערך קבוע. התנהגות זו דומה להתנהגות קפיץ (להזכירכם בקפיץ  $\Delta F = k\Delta x$ ). איך ניתן להראות את הדמיון לקפיץ על פי משוואה 1? מה יהיה המקביל של הערך  $k$ ? נתון שערך זה שווה ל-  $6 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^{-1}$ ,  $Y = 1.9 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ , ורדיוס התיל  $r = 0.3 \text{ mm}$ . למה שווה אורך התיל  $L$ ?
3. מודול גזירה של נחושת הוא  $4.2 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ , חשב את המומנט הדרוש על מנת לפתל מוט באורך 1 מטר, בקוטר 3 מ"מ, בזווית של 60 מעלות.
4. במדידת קוטר של תיל התקבלו התוצאות הבאות: 0.52 מ"מ, 0.49 מ"מ, 0.50 מ"מ, 0.50 מ"מ. דיוק מכשיר המדידה הוא 0.01 מ"מ. חשב את הקוטר והערך את השגיאה.
5. מצא בספרות את מודול יאנג של פלדה וחשב את ההתארכות של תיל באורך 1 מטר, בקוטר 1.1 מ"מ עבור תוספת משקל של 400 גרם.

## 2. מהלך הניסוי

### 2.1 המערכת הניסיונית למדידת מודול יאנג

למערכת המדידה ישנם שני חלקים: תיל פלדה המוחזק ע"י מלחציים בקצהו האחד, ובקצהו השני מונח על גלגלת, כאשר בסוף התיל ניתן לתלות משקולות. מכשיר מדידה אופטי אשר מורכב מעינית אשר יכולה לזוז למעלה ולמטה לצורך מיקוד בעזרת בורג, ובורג שמזיז את העינית לאורך השולחן ועל ידו סרגל (עם סקלת מדידה זהה לקליבר) שמודד את גודל התזוזה. לבורג זה נקרא מעתה בורג המדידה. ערכת המדידה מתוארת בציור 3.

## -אלסטיות-



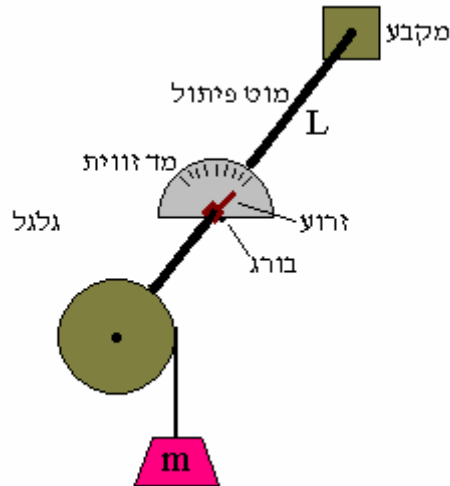
ציור 3: מערכת למדידת מודול יאנג.

- א. מלחציים.
- ב. גלגלת.
- ג. מדבקה.
- ד. עינית.
- ה. בורג למיקוד העינית.
- ו. סרגל.
- ז. בורג מדידה.

בתחילת הניסוי נעמיס את התיל במשקולת התחלתית על מנת ליישרו, נסמן נקודה על התיל בעזרת מדבקה (מסומן באות ג' באיור 3) ונכוון את הקומפרטור (המכשיר האופטי שבתרשים) כך שנראה את המדבקה דרך העינית. לאחר מכן נוסיף משקולות ונמדוד את התארכות התיל באמצעות הסרגל שבקומפרטור ובורג המדידה. נמדוד את ההתארכות גם במהלך הורדת המשקולות. תכונת האלסטיות פירושה שההתארכות פרופורציונית לכוח הפועל על התיל ולא תלויה בהיסטוריה של התיל.

## 2.2 המערכת הניסיונית מדידת מודול גזירה

מערכת המדידה מורכבת ממוט פלדה המוחזק בקצהו האחד, בקצהו השני מחובר גלגל, תליית משקולת על הגלגל תפעיל מומנט פיתול על המוט. מדידת זווית הפיתול נעשית ע"י מד זווית ברדיאנים. המערכת מתוארת בציור 4.



ציור 4 : מערכת למדידת מודול גזירה

על גבי המוט מחברים זרוע באמצעות בורג במרחק  $L$  מהמקבע. כאשר המוט מתפתל, הזרוע מסתובבת ומצביעה על מד הזווית. מד הזווית עשוי מחצי מעגל ברדיוס 10 ס"מ, תזוזה של ס"מ על היקף המעגל שקולה אם כן לזווית של 0.1 רדיאן. את המשקולות נתלה על גלגל בקוטר  $d$ , ולכן המומנט שמופעל על קצה המוט יהיה  $\tau = mgd/2$ . אם נציב את הביטוי עבור המומנט במשוואה (2) נקבל את הקשר

$$(3) \quad \theta = \frac{dg}{\pi GR^4} mL$$

זווית הפיתול תלויה במרחק  $L$  ובמסה  $m$ . במהלך הניסוי נמדוד את זווית הפיתול במרחק קבוע עבור מסות שונות, ובמסה קבועה עבור מרחקים שונים.

## 3. הנחיות ביצוע

### 3.1 מדידת מודול יאנג

- בהתייחס למערכת באיור 3. מדוד בעזרת הבורג מיקרומטרי את עובי התיל במקומות שונים.

## -אלסטיות-

- חשב את הקוטר הממוצע והערך את שגיאת המדידה ע"י סטיית התקן ודיוק המכשיר (אופן השימוש בבורג מיקרומטרי מוסבר בתדריך שגיאות).
- תלה על התיל משקולת התחלתית של 1200 גרם. הבא עם הבורג המדידה של הקומפרטור למצב שבו סרגל במדידה במכשיר יהיה נוח לקריאה (הערך עצמו חסר חשיבות כי אנו מודדים התארכות יחסית), נקודה זאת תהיה נקודת הייחוס למדידות בניסוי. סרטט קו דק על המדבקה המודבקת על התייל ושים את הצלב שבמכשיר האופטי על נקודה ברורה במדבקה כך שתוכל תמיד לזהות את נקודה זו.
- מדוד את האורך L של התיל מהקצה הקבוע עד לנקודה בה אתה מבצע את המדידה (נקודת הקו על המדבקה).
- הוסף משקולות של 400 גרם, בכל פעם (בנוסף ל-1200 גרם הראשוניים). החזר את הצלב לנקודה שסימנת על המדבקה בעזרת בורג המדידה בקומפרטור. בדוק את ההתארכות על פי גודל התזוזה של הסרגל מנקודת הייחוס. הרם קלות את התיל מעל הגלגלת והנח אותו חזרה, בדוק האם אתה מקבל את אותה הקריאה. במידה שהקריאה משתנה (אפילו קצת!) חזור על המדידה באותו האופן כ- 3-5 פעמים, רשום בכל פעם את ההתארכות, חשב את הממוצע והערך את השגיאה.
- הוסף משקולות של 400 גרם נוספים (שקול את המשקולות לפני השימוש) וחזור על המדידות עד למשקל כולל של 3200 גרם.
- חזור על המדידות אך הפעם בהורדות של 400 גרם עד למצב ההתחלתי.
- שרטט גרף של ההתארכות כפונקציה של תוספת המשקל ומצא מתוך שיפוע הגרף את מודול יאנג של פלדה, הערך את השגיאה.
- השווה את התוצאה שהתקבלה לערך המופיע בספרות: מודול יאנג של פלדה  $Y=1.9 \cdot 10^{11} \text{Nm}^{-2}$

### 3.2 מדידת מודול גזירה

- בהתייחס למערכת המתוארת באיור 4. מדוד את קוטר הגלגל. שים לב שהמשקולת תלויה על חוט העובר במסילה על היקף הגלגל, חשוב מהו הרדיוס שעליו מופעל הכוח. הערך את השגיאה במדידה.
- מדוד את קוטר המוט במספר מקומות וחשב את הקוטר הממוצע, הערך את השגיאה.

### 3.2.1 מדידות במרחק קבוע

- קבע את הזרוע (ראה תרשים 4) במרחק  $L$  מהקצה המקובע, מדוד את  $L$  והערך את השגיאה במדידה.
- העמס בהדרגה משקולות של 200 גרם (עד 1000 גרם) על היקף הגלגל ורשום את זווית הפיתול, חזור על מדידת הזווית גם במהלך הורדת המשקולות.
- שרטט בגרף את זווית הפיתול כפונקציה של המסה, מתוך שיפוע הגרף חשב את מודול הגזירה. הערך את השגיאה.

### 3.2.2 מדידות במסה קבועה

- תלה מסה של 800 גרם על הגלגל.
- מדוד את זווית הפיתול עבור עומס קבוע במרחקים שונים (עבור  $L$  שונים). שים לב שעליך לאפס מחדש את מד הזווית לאחר שינוי מיקום הזרוע.
- שרטט בגרף את זווית הפיתול כפונקציה של המרחק, מתוך שיפוע הגרף חשב את מודול הגזירה. הערך את השגיאה.

## 4. סיכום

- השווה בין ערכי  $G$  שמצאת בשני השלבים, השווה גם עם הערך המופיע בספרות: מודול גזירה של פלדה  $G=8.4 \cdot 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$
- הסבר את ההבדלים.
- בצע דיון בתוצאות והסק מסקנות.